

## Popis série lekcí Průručka pro učitele

<b>Název</b>	<b>Celé čísla, ich sčítanie a odčítanie pomocou žetónov</b>
<b>Čas</b>	4 – 6 vyučovacích hodín (v závislosti od tempa a úrovne žiakov)
<b>Trieda</b>	Triedy 5 – 8 (žiaci vo veku 11 – 15 rokov)
<b>Cieľ vyučovacieho cyklu a jeho stručný opis</b>	<p><i>Cieľom tejto série lekcí je utvoriť si predstavu o záporných číslach a operáciách sčítania a odčítania s celými číslami pomocou žetónov.</i></p> <p><i>Scenár sa dá použiť v nižších ročníkoch na zoznámenie sa s celými číslami, aj vo vyšších ročníkoch na opakovanie.</i></p> <p><i>Pri hre s konkrétnym modelom (žetónmi) si žiaci vytvárajú predstavu záporného čísla ako opaku daného kladného čísla a rozvíjajú chápanie operácie sčítania ako pridávania žetónov a odčítania ako odoberania žetónov.</i></p> <p><i>Výsledkom je, že žiaci sa venujú matematickému modelovaniu.</i></p> <p><i>Tento prístup k modelovaniu záporných čísel nie je založený na používaní zoradenia celých čísel (záporné číslo neporovnávame s nulou), ide o algebraický model, ktorý možno rozšíriť na tvarovanie pojmu algebraický výraz a výraz k nemu opačný a sčítanie a odčítanie takýchto výrazov.</i></p>
<b>Výučbové pomôcky</b>	<i>Každý žiak dostane a manipuluje s 10 okrúhlymi žetónmi každej farby (biela/čierna).</i>

### Lingvistická poznámka pre prácu s celými číslami a algebraickými výrazmi pomocou žetónov:

V našich scenároch dbáme na vedomé jazykové oddelenie dvoch svetov - sveta matematiky, t.j. abstrakcií, a sveta reálnych objektov - v našom prípade žetónov. Preto v kontexte žetónov používame výrazy, ktoré opisujú ich vzhľad: biely/čierny okrúhly/obdĺžnikový alebo podlhovastý/štvorcový žetón, a nepoužívame skrátený tvar biely/čierny kruh/obdĺžnik/štvorec. Podobne v kontexte žetónov hovoríme o pridávaní a odoberaní žetónov - a v kontexte matematiky hovoríme o operáciách sčítania a odčítania. Taktiež dbáme na to, aby sme slovné čítali znaky činnosti ako sčítanie/odčítanie, a nie len názov znaku plus/mínus. Sme presvedčení, že modelovanie aritmetických a algebraických výrazov s ohľadom na zrozumiteľnosť a jazykovú správnosť má veľkú hodnotu a odporúčame to dodržiavať.

## ČASŤ 3



### Časť 3

#### Téma: *Sčítanie a odčítanie celých čísel pomocou žetónov*

#### AKTIVITA 1: ODCÍTANIE – DISKUSIA K DOMÁCEJ ÚLOHE Z PRACOVNÉHO LISTU

[Doplnok: A\_SK\_Pracovný list\_Odčítanie]

Diskusia o výsledkoch a dobrých radách formulovaných žiakmi.

Ak niekto v domácej úlohe použil napríklad fakt, že  $3 - 6 = 3 + (-6)$ , poskytnite mu to úvod do aktivity 2.

#### AKTIVITA 2: OPAČNÉ ČÍSLO – ZAVEDENIE TERMINOLÓGIE

Ak žiaci nepoznajú pojem opačných čísel, vedíme dialóg, napr. ako je uvedené nižšie. Ak vedia – potom ich požiadame, aby si pripomenuli definíciu (dialóg môže byť podobný nasledujúcemu).

- *Doteraz sme hovorili o čiernych a bielych žetónoch. Aké bolo najdôležitejšie pravidlo týkajúce sa rovnakého počtu bielych a čiernych žetónov braných spolu?*

*Ž: spoločne odstrániť/vynulovať*

- *Ako to môžeme zapísať pomocou čísel 1 a -1?*

*Ž:  $1 + (-1) = 0$*

- *Ako by sa takéto žetóny mohli nazývať? Čím sú si navzájom, keď sa nulujú? Uveďte svoje nápady.*

*(Žiaci navrhujú rôzne názvy – brainstorming).*

- *Uviedli ste rôzne zaujímavé návrhy. Odteraz sa dohodneme, že ich budeme nazývať OPAČNÉ ČÍSLA, pretože na tom sa zhodli matematici:*

***Dve čísla, ktoré sa sčítajú na nulu, sa nazývajú OPAČNÉ ČÍSLA, rovnako ako žetóny, ktoré sa sčítajú na nulu.***

- *Aké číslo je opačné k číslu 2?*

*Ž: -2*

- *Prečo?*

*Ž: pretože 2 po pripočítaní -2 je 0*

- *Aké číslo je opačné k číslu -2?*

*Ž: 2*

- *Prečo?*

*Ž: pretože -2 a 2 dáva výsledok 0*



- Uvedte číslo opačné k číslu  $-100$ .

Ž:  $100$

- Prečo?

(...)

[Počet príkladov volí učiteľ podľa potreby].

- Ako sa líši číslo a číslo k nemu opačné v zápise?

Ž: mínus pred zápisom čísla

- Potom sa opäť zamerajme na tento zápis. Ako zapíšeme číslo opačné k číslu  $2$ ?

Ž:  $-2$

**Matematici sa tiež dohodli, že opačné číslo k danému číslu napíšu tak, že pred toto číslo pridajú znamienko mínus. Toto je dohoda matematikov. Má to tú výhodu, že lenivý matematik nemusí v hlave počítať, aké je opačné číslo k danému číslu, ale automaticky takéto číslo napíše pridaním znamienka mínus.**

- Ako potom napíšeme číslo opačné k  $-2$ ?

Ž:  $-(-2)$

Ak by odpoveď bola  $2$ :

- A ako by to mohlo byť inak, ak pri tvorbe opačného čísla pridáme na začiatok mínus?

Ž:  $-(-2)$

Ak to žiaci nepovedia, učiteľ ich usmerní.

- Keď poviem opak, aké znamienko mám pridať? Čo to znamená, keď mám takto napísať číslo opačné k  $-2$ ?

- Áno, a vieme, že číslo opačné k  $-2$  je aké číslo?

Ž:  $2$

- Čo môžeme povedať o číslach  $2$  a  $-(-2)$ ?

Ž:  $-(-2) = 2$

### AKTIVITA 3: ODCÍTAŤ ČÍSLO ZNAMENÁ PRIPOČÍTAŤ K NEMU OPAČNÉ ČÍSLO

Spoločná práca:

Učiteľ napíše na tabuľu formuláciu a prvú rovnosť na zdôvodnenie:

Úloha: Odôvodnite pomocou žetónov, že:

$$4 - 5 = 4 + (-5)$$

$$-7 - 3 = -7 + (-3)$$

Poznámka:  $-7 - 3$  znamená to isté ako  $(-7) - 3$ .

p. 3

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

Diskutujeme spolu; ako v lekcii 2.

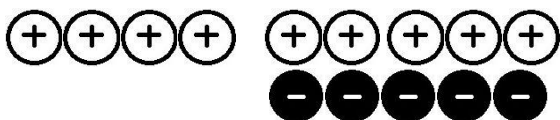
Príklad priebehu diskusie:

- Pozrime sa na odčítanie  $4 - 5$ . Ako ho môžeme realizovať pomocou žetónov?

(Čakáme druhú metódu)

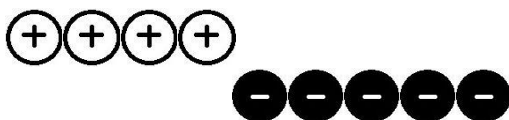
- Aby sme mohli odobrať nejaké žetóny, musíme ich najprv pridať vo forme neutrálnych dvojíc. Ako by sme to teda urobili tu? Pridáme 5 neutrálnych dvojíc, pretože máme odobrať 5 bielych žetónov.

Potom tu máme:



- Teraz vykonáme akciu – odoberieme 5 bielych žetónov. Ako zaznačíme to, čo nám zostalo?

Ž:  $4 + (-5)$ :



- Čo sme ukázali?

Ž: že  $4 - 5 = 4 + (-5)$ .

- Rovnosť sme teda zdôvodnili tak, že namiesto odčítania čísla 5 od čísla 4 môžeme k číslu 4 pripočítať číslo  $-5$ , takže aké číslo vzhľadom k číslu 5?

Ž: opačné

**Úloha: Odôvodnite pomocou žetónov, že:**

$$-7 - 3 = -7 + (-3)$$

- Pozrime sa, ako by to bolo v druhom príklade

Žiakov požiadame, aby sami zdôvodnili výsledok. .... Takže tu je to podobné... namiesto... Môžem....

- A keby som mal iný príklad, napr. .... Viete, k akému záveru by sme na konci dospeli?

Ž: Namiesto odčítania môžeme pripočítať opačné číslo.



## AKTIVITA 4: SČÍTANIE A ODCÍTANIE – KOMBINOVANÉ CVIČENIA

### [HRA – KOLESO ŠŤASTIA]

Možnosť I:

Pracovať v dvojiciach.

Ak je v triede nepárny počet žiakov, treba vytvoriť jednu trojicu nadanejších žiakov (aby sa pracovný čas dvojíc čo najviac vyrovnal).

Žiaci v dvojiciach na jednom telefóne otvoria aplikáciu. Striedavo roztáčajú koleso šťastia. Druhý žiak skontroluje výsledok. Ak je výsledok správny, žiak I dostane 1 bod, ak nesprávny – žiak II (kontrolór) dostane bod, za predpokladu, že vie vysvetliť chybu a presvedčiť žiaka na iné riešenie. Ak mu to vysvetliť nevie, bod nezískava nikto a pokračujú v hre ďalej.

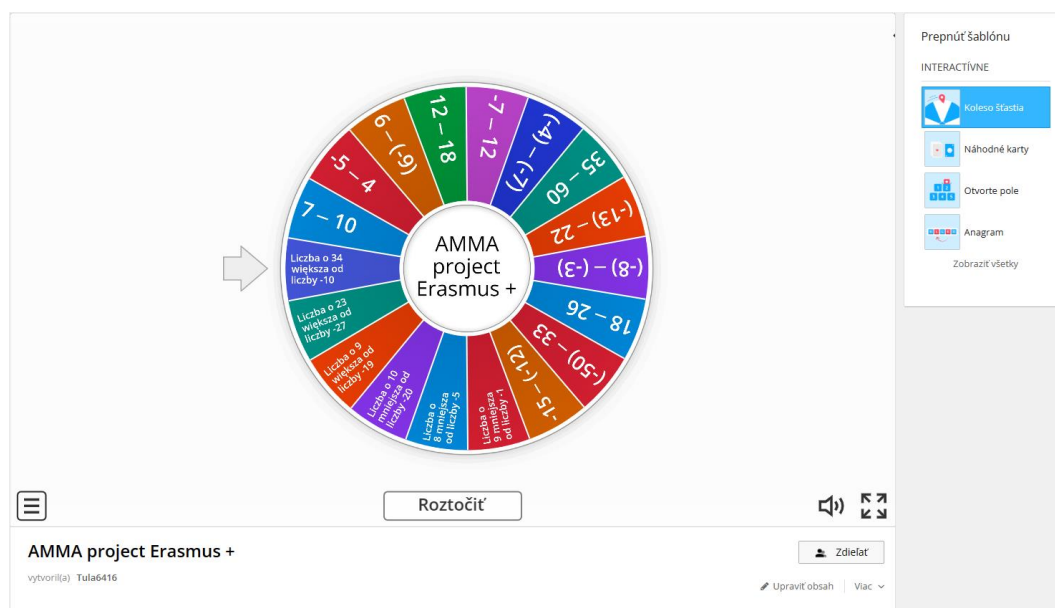
V závislosti od počtových schopností žiakov súťaž prebieha v 2 – 3 kolách.

Možnosť II:

Pracovať spolu. [?].

Žiaci jeden po druhom pristupujú k tabuli a roztočia koleso šťastia, ktoré je viditeľné na počítačovom projektore.

**Odkaz:** [AMMA project Erasmus + - Koleso šťastia \(wordwall.net\)](http://www.wordwall.net)



## AKTIVITA 5. POSTTEST

Zapíšte výsledok príkladov. **V každom príklade vysvetlite, ako ste sa dostali k výsledku.**

p. 5

This material is provided by the [AMMA Team](http://www.amma-team.eu), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

## [Doplnok: A\_SK\_Posttest]

		Posttest		Meno..... trieda.....		Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union	
<b>Zapište výsledok príkladov. V každom prípade vysvetlite, ako ste sa dostali k výsledku.</b>							
<b>a)</b> $-5 + 3 =$	<b>b)</b> $5 + (-3) =$	<b>c)</b> $-5 + (-3) =$	<b>d)</b> $3 - 5 =$				
<small>This material is provided by the <a href="#">AMMA Team</a>, responsible institution: Pedagogical University of Krakow</small>							
<small>Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License <a href="#">CC BY-NC-SA 4.0</a>. Excluded are funding logos and CC icons / module icons. The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.</small>							

		Posttest		Meno..... trieda.....		Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union	
<b>Zapište výsledok príkladov. V každom prípade vysvetlite, ako ste sa dostali k výsledku.</b>							
<b>e)</b> $-3 - 5 =$	<b>f)</b> $-5 - (-3) =$	<b>g)</b> $-5 - 3 =$	<b>h)</b> $5 - (-3) =$				
<small>This material is provided by the <a href="#">AMMA Team</a>, responsible institution: Pedagogical University of Krakow</small>							
<small>Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License <a href="#">CC BY-NC-SA 4.0</a>. Excluded are funding logos and CC icons / module icons. The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.</small>							

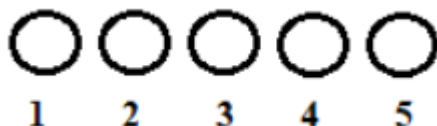


## AKTIVITA 6. ZHRNUTIE – DOTAZNÍK

[Doplnok: A\_SK\_Dotazník]

The screenshot shows a questionnaire titled 'AMMA' with three questions. Question 1 asks for a rating from 1 to 5. Question 2 asks for a yes/no/never response. Question 3 asks for an opinion with a dotted line for writing. The form includes logos for AMMA and the Erasmus+ Programme, and a Creative Commons license at the bottom.

1. Do akej miery vám metóda žetónov pomohla pochopiť a vykonávať operácie s celými číslami? Označte jednu odpoveď na stupnici od 1 do 5 (kde 1 znamená, že vám vôbec nepomohla a 5 znamená, že bola veľmi užitočná).



Vôbec mi nepomohla

Je veľmi užitočná

2. Páčila sa vám žetónová metóda? (zakrúžkujte svoju odpoveď)

NIE / NEVIEM / ÁNO

3. Čo si myslíte o vyučovacích hodinách so žetónmi? Napíšte svoj názor.

.....  
.....  
.....

p. 7

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



## Prípadná dodatočná práca pre nadaného žiaka, ktorý už predtým dokončil prácu

### AKTIVITA 6\*

Samostatná práca.

Úloha 1. Vypočítajte. Podčiarknite, v ktorých príkladoch vám pomohla metóda žetónov.

- a)  $6 + (-4) + (-10) =$
- b)  $-4 - (-9) - 3 =$
- c)  $-16 + 7 - 28 =$

Úloha 2. Vypočítajte. Podčiarknite, v ktorých príkladoch vám pomohla metóda žetónov.

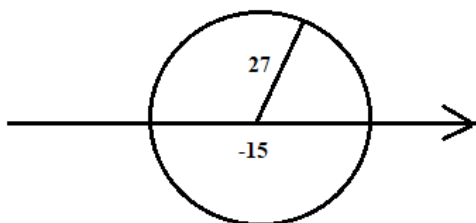
- a)  $8 - (-9) + (-11) - 5 =$
- b)  $-21 + (-7) - 15 - (-32) =$
- c)  $-11 - (-6) + (-5 + 8) =$
- d)  $-(6 - 9) - (-12 + 15) =$
- e)  $16 - (-4 + 7) + (5 - 9) =$
- f)  $(-8 + 12 - 3) - (-6 + 13) =$
- g)  $-19 - (-18 - 7) + (-34) =$
- h)  $-27 + (-26 - 17) + 14 =$

Úloha 3. Zapište číslo  $-1$  v tvare ako:

- a) rozdiel dvoch záporných čísel
- b) súčet dvoch čísel s opačnými znamienkami
- c) rozdiel dvoch čísel s opačnými znamienkami
- d\*) Súčet dvoch záporných čísel

Úloha 4. Nakreslená kružnica pretína číselnú os v dvoch bodoch. Uveďte ich súradnice.

a)



b)

