

Popis série lekcí Průručka pro učitel'a

Názov	Celé čísla, ich sčítanie a odčítanie pomocou žetónov
Čas	4 – 6 vyučovacích hodín (v závislosti od tempa a úrovne žiakov)
Trieda	Triedy 5 – 8 (žiaci vo veku 11 – 15 rokov)
Cieľ vyučovacieho cyklu a jeho stručný opis	<p><i>Cieľom tejto série lekcí je utvoriť si predstavu o záporných číslach a operáciách sčítania a odčítania s celými číslami pomocou žetónov.</i></p> <p><i>Scenár sa dá použiť v nižších ročníkoch na zoznámenie sa s celými číslami, aj vo vyšších ročníkoch na opakovanie.</i></p> <p><i>Pri hre s konkrétnym modelom (žetónmi) si žiaci vytvárajú predstavu záporného čísla ako opaku daného kladného čísla a rozvíjajú chápanie operácie sčítania ako pridávania žetónov a odčítania ako odoberania žetónov.</i></p> <p><i>Výsledkom je, že žiaci sa venujú matematickému modelovaniu.</i></p> <p><i>Tento prístup k modelovaniu záporných čísel nie je založený na používaní zoradenia celých čísel (záporné číslo neporovnávame s nulou), ide o algebraický model, ktorý možno rozšíriť na tvarovanie pojmu algebraický výraz a výraz k nemu opačný a sčítanie a odčítanie takýchto výrazov.</i></p>
Výučbové pomôcky	<i>Každý žiak dostane a manipuluje s 10 okrúhlymi žetónmi každej farby (biela/čierna).</i>

Lingvistická poznámka pre prácu s celými číslami a algebraickými výrazmi pomocou žetónov:

V našich scenároch dbáme na vedomé jazykové oddelenie dvoch svetov - sveta matematiky, t.j. abstrakcií, a sveta reálnych objektov - v našom prípade žetónov. Preto v kontexte žetónov používame výrazy, ktoré opisujú ich vzhľad: biely/čierny okrúhly/obdĺžnikový alebo podlhovastý/štvorcový žetón, a nepoužívame skrátený tvar biely/čierny kruh/obdĺžnik/štvorec. Podobne v kontexte žetónov hovoríme o pridávaní a odoberaní žetónov - a v kontexte matematiky hovoríme o operáciách sčítania a odčítania. Taktiež dbáme na to, aby sme slovné čítali znaky činnosti ako sčítanie/odčítanie, a nie len názov znaku plus/mínus. Sme presvedčení, že modelovanie aritmetických a algebraických výrazov s ohľadom na zrozumiteľnosť a jazykovú správnosť má veľkú hodnotu a odporúčame to dodržiavať.

ČASŤ 2



Časť 2

Téma: Odčítanie celých čísel pomocou žetónov

AKTIVITA 1: HRA S KOCKAMI - pripomenutie a precvičenie sčítania celých čísel pomocou žetónov

Práca vo dvojiciach.

Ak je v triede nepárny počet žiakov, vytvorte jednu trojicu z nadanejších žiakov (aby dvojice pracovali čo najrovnomernejšie).

Žiaci (striedavo) hádžu dve kocky: bielu a čiernu.

Počet bodiek na bielej kocke predstavuje kladné číslo (počet bielych žetónov), počet bodiek na čiernej kocke predstavuje záporné číslo (počet čiernych žetónov).

Úloha žiaka I (začiatočná) je:

1. hod' oboma kockami súčasne
2. usporiadaj toľko zodpovedajúcich žetónov, koľko je uvedené na kockách.
3. Odpovedz na otázku: Akú hodnotu predstavuje súbor týchto žetónov? Svoju odpoveď zdôvodni.
4. Do pracovného listu si zapíš operáciu sčítania a výsledok.

[Doplňok: A_SK_Pracovný list_Hra s kockami]

Druhý žiak kontroluje výsledok. Ak je výsledok správny, žiak I získa 1 bod, ak je nesprávny, žiak II (kontrolór) získa 1 bod za predpokladu, že dokáže vysvetliť chybu a presvedčiť žiaka I, aby úlohu riešil inak. Ak mu to vysvetliť nevie, bod nezískava nikto a pokračujú v hre ďalej.

Žiaci si vymenia úlohy, žiak II vykoná kroky 1 – 4, žiak I ho kontroluje. Takto sa končí prvé kolo.

V závislosti od výpočtových schopností žiakov sa uskutočnia 2 – 3 kolá.

Žiaci informujú učiteľa o výsledkoch hry.

ÚVOD DO ODCÍTANIA

Aká operácia opíše situáciu:

Mám 5 bielych žetónov a odoberiem 3 biele žetóny . Koľko mi zostane? (Žiaci opíšu: $5 - 3 = 2$)

Mám 6 čiernych žetónov a odoberiem jeden čierny žetón . Koľko mi zostane? Ako to zapíšeme? (Žiaci zapisujú: $-6 - (-1) = -5$)

DOHODA: ODOBRAŤ ZNAMENÁ ODCÍTAŤ



AKTIVITA 2: (bez pridávania neutrálnych dvojíc)

Spoločná práca. Dialóg.

- *A teraz sa budeme zaoberať rôznymi situáciami pri odčítaní; niektoré môžu byť pre vás triviálne ☺*
 - o *Napr. $6 - 4$. Čo by to znamenalo pomocou žetónov? (Výsledok zapíšeme na tabuľu s ukážkou pomocou žetónov na tabuli).
(Žiaci modelujú situáciu, AKTIVITA vykonaná na tabuli – odoberanie žetónov):
Mám 6 bielych žetónov, odoberiem 4 biele žetóny, takže mi zostanú 2 biele žetóny.*
 - o *A ako by vyzerala akcia $-5 - (-3)$ pomocou žetónov?
(Žiaci modelujú situáciu, AKTIVITA vykonaná na tabuli – odoberanie žetónov):
Mám 5 čiernych žetónov, odoberiem 3 čierne žetóny, takže mi zostanú 2 čierne žetóny.*

Samostatná práca, ale zhrnutá s vyjadreniami žiakov a poznámkami:

- *Prosím, demonštrujte príklad pomocou žetónov a zdôvodnite výsledok*

$$-2 - (-1) = \dots$$

Žiaci usporiadajú žetóny a vysvetlia postup:

Ž: *Mám 2 čierne žetóny a odoberiem 1 čierny žetón, takže mi zostane 1 čierny žetón.*

Aktivitu si zapíšu do zošita, žetóny nakreslia a zdôvodnia výsledok.

(Žiaci prečiarknu počet "odobraných" žetónov. Zápis sa objaví na tabuli)



Samostatná práca:

Zobrazte daný príklad pomocou žetónov a zdôvodnite výsledok. Do zošita si zapíšte príklad s výsledkom a nakreslite zdôvodnenie výsledku pomocou žetónov.

$$-2 - (-2) =$$

$$-7 - (-3) =$$

AKTIVITA 3: PROBLÉMOVÁ SITUÁCIA s pridaním neutrálnych dvojíc

AKTIVITA 4 sa týka odčítania záporného čísla od kladného čísla, v tejto situácii pridáme toľko neutrálnych dvojíc, koľko čiernych žetónov máme odstrániť.

Spoločná práca. Diskusia

Tento problém zadáme všetkým žiakom:



- Ako znázorníte príklad $2 - (-1)$ pomocou žetónov? (Učiteľ napíše príklad na tabuľu)

Učiteľ zasa môže povedať:

- *Mám dva biele žetóny. Čo máme urobiť?*

Ž: *Odoberieme jeden čierny.*

- *Ako môžeme vziať niečo, čo nemáme?*

Najprv trpezlivo čakáme. Zopakujeme samotnú otázku. Dáme žiakom čas – asi minútu. Ak nedostaneme žiadnu odpoveď, na ktorú by sme sa mohli odvolať*, kladieme otázky postupne:

- *Chceme odobrať jeden čierny žetón, ale musíme ho najprv mať... Ako to urobíme, aby sme mali 1 čierny žetón, ale nezmenili hodnotu sady žetónov?*

(Ak nedostaneme odpoveď – budeme pokračovať, ale neponáhľame sa).

- *Pamätáte si, aké boli pravidlá hry s žetónmi?*

Ž: *Biela s čiernou sa navzájom „zjedia“ / „vynulujú“.*

- *Môžem pridať niečo, čo nezmení hodnotu tejto sady žetónov?*

Ž: *Pridanie neutrálneho páru, pridanie jedného bieleho a jedného čierneho, potom sa hodnota sady žetónov nezmení*

*) Poznámka:

Ak žiaci povedia, že to znamená pridať jeden biely žetón, povieme, že je to veľmi cenná myšlienka, a požiadame ich, aby to zdôvodnili na žetónoch – ak to žiak nedokáže zdôvodniť, povieme, že sa k tejto myšlienke ešte vrátíme, pretože zatiaľ chceme postupovať podľa pravidiel žetónovej hry.

- *Na precvičenie si spoločne zopakujme ďalší príklad:*

$$2 - (-3) =$$

(Príklad práce je analogický s vyššie uvedeným, ale nemal by vyžadovať toľko otázok).

Samostatná práca:

- *Zobrazte daný príklad pomocou žetónov a zdôvodnite výsledok. Príklady s výsledkom si zapíšete do zošita a pre dva vybrané príklady nakreslite zdôvodnenie výsledku pomocou žetónov.*

$$5 - (-2) =$$

$$3 - (-1) =$$

$$4 - (-6) =$$



AKTIVITA 4: Diskusia o ďalších príkladoch s pridaním neutrálnych dvojíc

AKTIVITA 4A

Aktivita 4A sa týka odčítania kladného čísla od záporného čísla, v tejto situácii pridáme toľko neutrálnych dvojíc, koľko bielych žetónov máme odstrániť.

Spoločná práca:

- Ako reprezentovať príklad $-4 - 2$ pomocou žetónov?

- Koľko žetónov máme?

Ž: Máme 4 čierne žetóny.

- Čo máme urobiť?

Ž: Odobrať 2 biele žetóny.

- Ako si môžeme vziať 2 biele, keď ich nemáme?

Ž:...

- Čo by sme mali urobiť, aby sme mali ďalšie 2 biele žetóny?

Ž: pridať dva neutrálne páry

Samostatná práca:

- Znázornite dané odčítanie pomocou žetónov a zdôvodnite výsledok. Operáciu s výsledkom si zapíšte do zošita a pre dva vybrané príklady nakreslite zdôvodnenie výsledku pomocou žetónov.

$$-3 - 1 =$$

$$-2 - 3 =$$

$$-5 - 5 =$$

AKTIVITA 4B

Aktivita 4B sa týka odčítania záporných čísel v situácii, keď nie je k dispozícii toľko čiernych žetónov, koľko ich treba odobrať; v tejto situácii možno odčítanie žetónov vykonať dvoma výrazne odlišnými spôsobmi.

Spoločná práca. Diskusia

- Ako znázorniť príklad $-2 - (-3)$ pomocou žetónov?

(Pri čítaní venujeme pozornosť slovu odčítať: od mínus dva odčítam mínus tri)

- Koľko žetónov máme?

Ž: Máme 2 čierne žetóny.

- Čo máme robiť?

Ž: Odobrať 3 čierne žetóny.

p. 5

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

- Ako to urobíme?

Učiteľ počúva nápady žiakov a sleduje ich hovorený prejav – môžu sa objaviť nápady opísané nižšie v **Prvej metóde** alebo v **Druhej metóde**.

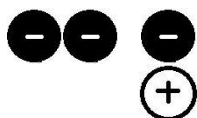
Poznámka: Ak sa neobjavia žiadne nápady, učiteľ môže pokračovať v kladení takýchto otázok:

- Ako môžeme odobrať 3 čierne žetóny, keď máme len 2 čierne?

- Čo robiť, aby ste mali o jeden čierny žetón viac?

Tieto otázky sú tipom na **Prvú metódu**.

Prvá metóda



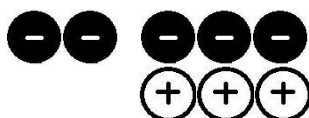
Ak teraz odoberieme 3 čierne žetóny, výsledok je okamžite : , t. j. hodnota 1.

Druhý možný spôsob vedie k objavu pravidla $-2 - (-3) = -2 + 3$, čo už vieme sčítať.

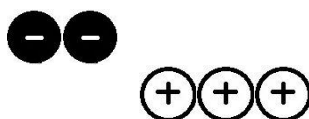
Druhá metóda

Môžeme postupovať rovnako ako v predchádzajúcich príkladoch: aby sme mohli niektoré žetóny odobrať, musíme ich najprv pridať vo forme neutrálnych dvojíc. Ako by sme to teda urobili tu? Pridáme 3 neutrálne páry, pretože musíme zobrať 3 čierne žetóny.

Potom tu máme:



Ak teraz odoberieme 3 čierne žetóny, dostaneme rovnaký výsledok ako $-2 + 3$:



To znamená, že $-2 - (-3) = -2 + 3$. Ďalej už vieme, ako na to. (Teraz však potrebujeme vykonať druhú operáciu – sčítanie).

- Na precvičenie si spoločne zopakujme ešte jeden príklad

$$-4 - (-6) =$$

(Príklad práce je analogický s vyššie uvedeným, ale nemal by vyžadovať toľko otázok.)

POZNÁMKA: V žiadnom prípade nenútime. Analyzujeme spôsob, ktorý žiaci uvádzajú. Ak sa objavia oba spôsoby – analyzujeme **oba spôsoby**.

Samostatná práca:

- Znáznornite si daný príklad pomocou žetónov a zdôvodnite, ako ste sa dostali k výsledku. Do zošita si zapíšte príklad s výsledkom a obrázkom zdôvodnite, ako vzniká výsledok pomocou príslušných žetónov.

$$-2 - (-7) =$$

$$-3 - (-6) =$$

AKTIVITA 4C

Aktivita 4C sa týka odčítania kladných čísel v situácii, keď bielych žetónov nie je toľko, koľko ich treba odobrať; v tejto situácii možno sčítanie žetónov vykonať dvoma výrazne odlišnými spôsobmi.

Spoločná práca. Diskusia

- Ako znázorniť príklad $3 - 6$ pomocou žetónov?

(Pri čítaní venujte pozornosť slovu **ODČÍTAŤ**: od 3 **ODČÍTAM** 6)

- Koľko žetónov máme?

Ž: Máme 3 biele žetóny.

- Čo máme robiť?

Ž: Odobrať 6 bielych žetónov.

- Ako môžeme odobrať 6 bielych, keď máme len 3 biele?

- Čo máme urobiť, aby sme mali 6 bielych žetónov?

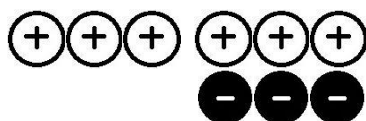
POZNÁMKA: Implementujeme obe metódy

Prvá metóda

Znáznornite si daný príklad pomocou žetónov a zdôvodnite, ako ste sa dostali k výsledku. Do zošita si zapíšte príklad s výsledkom a obrázkom zdôvodnite, ako vzniká výsledok pomocou príslušných žetónov.



Odôvodnenie:

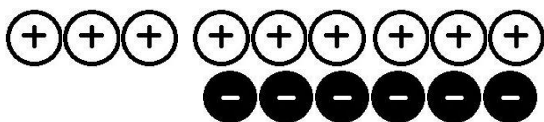


Ak teraz odoberieme 6 bielych žetónov, výsledok je okamžite : , t. j. hodnota -3 .

Druhá metóda

Môžem postupovať ako v predchádzajúcich príkladoch: aby sme mohli odobrať niektoré žetóny, najprv potrebujeme pridať žetóny v podobe neutrálnych dvojíc. Môžeme to urobiť aj tu? Pridáme 6 neutrálnych párov, pretože máme odobrať 6 bielych žetónov.

Potom tu máme:



Ak teraz odoberieme 6 bielych žetónov, dostaneme rovnaký výsledok ako $3 + (-6)$:



Takže $3 - 6 = 3 + (-6)$. Ďalej už vieme, ako na to. (Teraz však potrebujeme vykonať druhú operáciu – sčítanie.)

Samostatná práca:

Znázornite si daný príklad pomocou žetónov a zdôvodnite, ako ste sa dostali k výsledku. Do zošita si zapíšte príklad s výsledkom a obrázkom zdôvodnite, ako vzniká výsledok pomocou príslušných žetónov.

$$5 - 5 =$$

$$2 - 8 =$$

AKTIVITA 5: ODCÍTANIE - domáca úloha

Samostatná práca ako súčasť domácej úlohy [ak je do konca hodiny voľný čas, môžete začať počas hodiny a dokončiť ju doma].

[Doplnok: A_SK_Pracovný list_Odčítanie]

Obsah pracovného listu:



Uveďte výsledky. **Podčiarknite jeden príklad** a zdôvodnite znázornením na obrázku, ako sa z príslušných žetónov vytvorí výsledok. Formulujte dobré rady, ako rýchlo vykonať takéto odčítania pomocou žetónov.

<p>Úloha 1</p> $-4 - (-2) =$ $-10 - (-4) =$ $-21 - (-20) =$	<p>Odôvodnenie podčiarknutej operácie:</p>	<p>Ako rýchlo vykonáte takéto odčítanie pomocou žetónov? Dobrá rada:</p>
<p>Úloha 2</p> $3 - (-2) =$ $4 - (-5) =$ $70 - (-5) =$	<p>Odôvodnenie podčiarknutej operácie:</p>	<p>Ako rýchlo vykonáte takéto odčítanie pomocou žetónov? Dobrá rada:</p>
<p>Úloha 3</p> $-1 - 3 =$ $-2 - 4 =$ $-20 - 37 =$	<p>Odôvodnenie podčiarknutej operácie:</p>	<p>Ako rýchlo vykonáte takéto odčítanie pomocou žetónov? Dobrá rada:</p>
<p>Úloha 4</p> $-1 - (-3) =$ $-2 - (-3) =$ $-10 - (-25) =$	<p>Odôvodnenie podčiarknutej operácie:</p>	<p>Ako rýchlo vykonáte takéto odčítanie pomocou žetónov? Dobrá rada:</p>
<p>Úloha 5</p> $5 - 3 =$ $7 - 10 =$ $17 - 25 =$	<p>Odôvodnenie podčiarknutej operácie:</p>	<p>Ako rýchlo vykonáte takéto odčítanie pomocou žetónov? Dobrá rada:</p>



AMMA		Pracovný list - Odčítanie na žetónoch		Meno.....	trieda
Uvedte výsledky. Podčiarknite jeden príklad a zdôvodnite znázornením na obrázku, ako sa z príslušných žetónov vytvorí výsledok. Formulujte dobré rady, ako rýchlo vykonať takéto odčítania pomocou žetónov.					
Uloha 1 $-4 - (-2) =$ $-10 - (-4) =$ $-21 - (-20) =$	Odôvodnenie zvyčajného príkladu:	Ako sa takéto odčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada:			
Uloha 2 $3 - (-2) =$ $4 - (-5) =$ $70 - (-5) =$	Odôvodnenie zvyčajného príkladu:	Ako sa takéto odčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada:			
Uloha 3 $-1 - 3 =$ $-2 - 4 =$ $-20 - 37 =$	Odôvodnenie zvyčajného príkladu:	Ako sa takéto odčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada:			

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.
 The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

AMMA		Pracovný list - Odčítanie na žetónoch		Meno.....	trieda
Uvedte výsledky. Podčiarknite jeden príklad a zdôvodnite znázornením na obrázku, ako sa z príslušných žetónov vytvorí výsledok. Formulujte dobré rady, ako rýchlo vykonať takéto odčítania pomocou žetónov.					
Uloha 4 $-1 - (-3) =$ $-2 - (-3) =$ $-10 - (-25) =$	Odôvodnenie zvyčajného príkladu:	Ako sa takéto odčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada:			
Uloha 5 $5 - 3 =$ $7 - 10 =$ $17 - 25 =$	Odôvodnenie zvyčajného príkladu:	Ako sa takéto odčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada:			

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.
 The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

