

Opis cyklu lekcji

Przewodnik dla Nauczyciela

Tytuł cyklu lekcji	Liczby całkowite, ich dodawanie i odejmowanie z wykorzystaniem żetonów
Czas trwania	4-6 godzin lekcyjnych (w zależności od tempa pracy uczniów i poziomu nauczania)
Klasa/Wiek	Klasy 5-8 szkoły podstawowej (11-15 lat)
Cel cyklu lekcji i jego krótki opis	<p>Celem tego cyklu lekcji jest kształtowanie pojęcia liczby ujemnej oraz działań dodawania i odejmowania na liczbach całkowitych z wykorzystaniem żetonów.</p> <p>Scenariusz może być wykorzystany zarówno w młodszych klasach do wprowadzenia liczb całkowitych, jak i w starszych klasach na lekcjach powtórzeniowych.</p> <p>Uczniowie w trakcie zabawy z modelem konkretnym (żetonami) budują pojęcie liczby ujemnej, jako przeciwnej do danej liczby dodatniej i wypracowują rozumienie działania dodawania jako dokładania żetonów i odejmowania jako zabierania żetonów.</p> <p>Dzięki temu uczniowie podejmują się modelowania matematycznego.</p> <p>Takie podejście do kształtowania liczb ujemnych nie bazuje na wykorzystaniu porządku w zbiorze liczb całkowitych, stanowi model algebraiczny, który może być rozszerzony do kształtowania pojęcia wyrażenia algebraicznego i wyrażenia do niego przeciwnego oraz dodawania i odejmowania takich wyrażeń.</p>
Pomoce naukowe	Każdy uczeń ma do dyspozycji i manipulacji po 10 okrągłych żetonów każdego koloru (biały/czarny).

Uwaga językowa do pracy z żetonami w zakresie liczb całkowitych i wyrażeń algebraicznych:

W naszych scenariuszach zwracamy uwagę na to, by świadomie rozdzielić językowo dwa światy – świat matematyki, czyli abstrakcji i świat przedmiotów rzeczywistych – w naszym przypadku żetonów. Dlatego w kontekście żetonów używamy terminów opisujących jego wygląd: biały/czarny żeton okrągły/podłużny/kwadratowy a nie używamy krótkiej formy białe/czarne koło/prostokąt/kwadrat. Podobnie w kontekście żetonów mówimy o dokładaniu i zabieraniu żetonów – a w kontekście matematyki o działaniach dodawania i odejmowania. Zwracamy również uwagę na to, by znaki działań czytać słownie jako dodać/odjąć, a nie tylko czytając nazwę znaku plus/minus. Jesteśmy przekonani, że modelowanie wyrażeń arytmetycznych i algebraicznych z dbałością o czystość i poprawność językową jest dużą wartością i ją rekomendujemy.

CZĘŚĆ 2

str. 1

 This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

 Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

Część 2

Temat: Odejmowanie liczb całkowitych z wykorzystaniem żetonów

AKTYWNOŚĆ 1: GRA Z KOSTKAMI - przypomnienie i ćwiczenie dodawania liczb całkowitych na żetonach

Praca w parach. Jeśli w klasie jest nieparzysta liczba uczniów, należy utworzyć jedną trójkę ze zdolniejszych uczniów (aby możliwie wyrównać czas pracy par).

Uczniowie (na przemian) rzucają dwiema kostkami: białą i czarną.

Liczba oczek na białej kostce reprezentuje wylosowaną liczbę dodatnią (oznacza liczbę białych żetonów) liczba oczek na czarnej kostce reprezentuje wylosowaną liczbę ujemną (oznacza liczbę czarnych żetonów).

Zadaniem ucznia I (rozpoczynającego) jest:

1. Rzucić jednocześnie kostkami
2. Ułożyć tyle odpowiednich żetonów, ile wskazują liczby na kostkach.
3. Odpowiedzieć na pytanie: Jaką wartość prezentuje zestaw tych żetonów? Uzasadnić odpowiedź.
4. Zapisać w karcie pracy działanie dodawania i wynik.

[Załącznik: A_PL_Karta pracy_Gra z kostkami]

Drugi uczeń sprawdza wynik. Jeśli wynik jest poprawny, uczeń I otrzymuje 1 punkt, jeśli niepoprawny – uczeń II (sprawdzający) otrzymuje punkt, pod warunkiem, że umie wyjaśnić błąd i przekonać ucznia do innego rozwiązania.

Uczniowie zamieniają się rolami, uczeń II wykonuje kroki 1-4, uczeń I go sprawdza. Tak kończy się pierwsza runda.

W zależności od sprawności rachunkowej uczniów przeprowadzany 2-3 rundy.

Uczniowie informują nauczyciela o wynikach gry.

WPROWADZENIE DO ODEJMOWANIA

- Jakim działaniem opiszemy sytuację:

Mam 5 białych żetonów  i zabieram 3 żetony białe  Ile mi zostało? (Uczniowie opisują: $5 - 3 = 2$)

Mam 6 czarnych żetonów  i zabieram jeden żeton czarny  . Ile mi zostało? Jak to zapiszemy? (Uczniowie opisują: $-6 - (-1) = -5$)

UMOWA: ZABRAĆ oznacza ODJAĆ

str. 2

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

AKTYWNOŚĆ 2: ĆWICZENIE ODEJMOWANIA (bez dokładania par neutralnych)

Praca wspólna. Pogadanka.

- *A teraz zajmiemy się różnymi sytuacjami z odejmowaniem; niektóre są banalne, że wydają się dla was na pewno aż śmieszne ☺*

- *Np. $6 - 4$. Co to by oznaczało na żetonach? (zapis działania na tablicy wraz z pokazem na żetonach na tablicy)*

(uczniowie modelują, aktywność wykonana na tablicy – zdejmowanie żetonów):
mam 6 białych żetonów zabieram 4 białe żetony, więc zostały mi 2 białe żetony.)

- *A jak na żetonach wyglądałoby działanie $-5 - (-3)$?*

(uczniowie modelują, aktywność wykonana na tablicy – zdejmowanie żetonów):
mam 5 czarnych żetonów zabieram 3 czarne żetony, więc zostały mi 2 czarne żetony.)

Praca indywidualna, ale podsumowana wypowiedziami ucznia i notatką:

- *Proszę przedstawić na żetonach działanie i uzasadnić jego wynik.*

$-3 - (-1) = \dots$

Uczniowie układają model. Następnie wypowiadają interpretację działania na modelu:
U: mam 2 czarne żetony i zabieram 1 czarny żeton, więc zostaje mi 1 czarny żeton.

- *Proszę zapisać działanie w zeszycie i narysować uzasadnienie wyniku na żetonach.*
(Uczniowie w notatce skreślają „zabrany” żeton. Zapis pojawia się na tablicy)



Praca indywidualna:

- *Proszę przedstawić na żetonach podane działanie i uzasadnić jego wynik. Proszę zapisać działanie wraz z wynikiem w zeszycie i narysować uzasadnienie wyniku na żetonach.*

$-2 - (-2) =$

$-7 - (-3) =$

AKTYWNOŚĆ 3: SYTUACJA PROBLEMOWA z dokładaniem neutralnych par

Aktywność 3 dotyczy odejmowania liczby ujemnej od liczby dodatniej, w tej sytuacji dokładamy tyle par neutralnych ile musimy zdjąć czarnych żetonów.

Praca wspólna. Pogadanka

Stawiamy wszystkim uczniom problem:

str. 3

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

- Jak przedstawić działanie $2 - (-1)$ na żetonach? (Nauczyciel zapisuje działanie na tablicy)

Kolejno nauczyciel może mówić:

- Mam dwa żetony białe. Co mamy zrobić?

U: Zabrać jeden czarny.

- Jak go zabrać, skoro go nie mamy?

Najpierw nauczyciel czeka cierpliwie. Powtarza samo pytanie. Daje czas uczniom - około minutę. Jeśli żadna odpowiedź nie padnie, do której można nawiązać*, zadaje kolejno pytania:

- Chcemy zabrać jeden czarny żeton, ale najpierw musimy go mieć... Jak to zrobić, by mieć 1 czarny żeton ale by nie zmienić wartości zestawu żetonów?

(Jeśli nie padnie odpowiedź – nauczyciel kontynuuje, ale nie spieszy się)

- Czy pamiętacie jakie były zasady zabawy na żetonach?

U: Biały z czarnym się unicestwiają

- Czy mogę coś dołożyć, co nie zmieni wartości tego zestawu żetonów?

U: Dołożyć parę neutralną, dołożyć jeden biały i jeden czarny, wówczas wartość zestawu żetonów się nie zmieni

*) Uwaga:

Gdyby uczniowie powiedzieli, że to oznacza dodać jeden żeton biały, to mówimy, że to bardzo cenna uwaga i prosimy o uzasadnienie na żetonach – jeśli dziecko nie umie uzasadnić, to mówimy że do tego pomysłu wrócimy, bo na razie chcemy działać zgodnie z zasadami gry w żetony.

- Dla przećwiczenia zrobmy jeszcze jeden przykład wspólnie:

$2 - (-3) =$

(Praca z przykładem analogiczna jak powyżej, ale nie powinna wymagać tylu pytań.)

Praca indywidualna:

- Proszę przedstawić na żetonach podane działanie i uzasadnić jego wynik. Proszę zapisać działanie wraz z wynikiem w zeszycie i dla dwóch wybranych działań narysować uzasadnienie wyniku na żetonach.

$5 - (-2) =$

$3 - (-1) =$

$4 - (-6) =$



AKTYWNOŚĆ 4: Omówienie kolejnych przykładów z dokładaniem par neutralnych

AKTYWNOŚĆ 4A

Aktywność 4A dotyczy odejmowania liczby dodatniej od liczby ujemnej, w tej sytuacji dokładamy tyle par neutralnych ile musimy zdjąć białych żetonów.

Praca wspólna:

- Jak przedstawić działanie $-4 - 2$ na żetonach?

- Ile mamy żetonów?

U: Mam 4 żetony czarne.

- Co mamy zrobić?

U: Zabrać 2 żetony białe.

- Jak zabrać 2 białe, skoro ich nie mamy?

U: ...

- Co zrobić, by mieć jeszcze 2 żetony białe?

U: dołożyć dwie pary neutralne

Praca indywidualna:

- Proszę przedstawić na żetonach podane działanie i uzasadnić jego wynik. Proszę zapisać działanie wraz z wynikiem w zeszycie i dla dwóch wybranych działań narysować uzasadnienie wyniku na żetonach.

$$-3 - 1 =$$

$$-2 - 3 =$$

$$-5 - 5 =$$

AKTYWNOŚĆ 4B

Aktywność 4B dotyczy odejmowania liczb ujemnych w sytuacji, gdy nie ma tyle czarnych żetonów, ile trzeba zabrać; w tej sytuacji dokładanie żetonów da się zrobić na dwa istotnie inne sposoby.

Praca wspólna:

- Jak przedstawić działanie $-2 - (-3)$ na żetonach?

(Przy czytaniu zwracamy uwagę na słowo ODJĄĆ: minus dwa ODJĄĆ minus trzy)

- Ile mamy żetonów?

U: Mamy 2 żetony czarne.

- Co mamy zrobić?

U: Zabrać 3 żetony czarne.

str. 5

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

- Jak to zrobić?

Nauczyciel słucha pomysłów dzieci i podąża za wypowiedzianym przez dzieci sposobem – może się pojawić pomysł opisany poniżej w **Pierwszym sposobie** lub w **Drugim sposobie**.

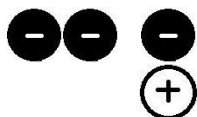
Uwaga: Jeśli nie pojawią się żadne pomysły, nauczyciel może kontynuować zadawanie pytań na przykład tak:

- Jak zabrać 3 czarne, skoro mamy tylko 2 czarne?

- Co zrobić, by mieć jeszcze jeden czarny żeton?

Te pytania naprowadzają na **Pierwszy sposób**.

Pierwszy sposób



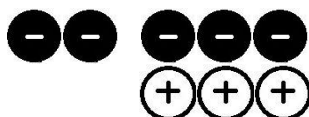
Jak teraz zabierzemy 3 żetony czarne, to otrzymamy od razu wynik: \oplus , czyli wartość 1.

Możliwy jest drugi sposób prowadzący do odkrycia zasady $-2 - (-3) = -2 + 3$, a dodawać już umiemy:

Drugi sposób

Mogę zrobić jak w poprzednich przykładach: aby zabrać jakieś żetony, najpierw je sobie dokładaliśmy w postaci par neutralnych, czyli jak tutaj zrobimy? Od razu dołożymy 3 pary neutralne, bo mam zabrać 3 czarne.

Wówczas mamy:



Jak teraz zabierzemy 3 żetony czarne, to otrzymamy taki sam wynik, jak $-2 + 3$:



Czyli $-2 - (-3) = -2 + 3$. Dalej już umiemy zrobić. (Ale trzeba teraz modelować drugie działanie – dodawanie)



- Dla przećwiczenia zróbmy jeszcze jeden przykład wspólnie:

$$-4 - (-6) =$$

(Praca z przykładem analogiczna jak powyżej, ale nie powinna wymagać tylu pytań.)

UWAGA: Nie wymuszamy żadnego sposobu. Analizujemy sposób, który podadzą uczniowie. Jeśli pojawią się oba sposoby – **oba analizujemy**.

Praca indywidualna:

- Proszę przedstawić na żetonach podane działanie i uzasadnić jak powstaje wynik. Proszę zapisać działanie wraz z wynikiem w zeszycie i uzasadnić ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik.

$$-2 - (-7) =$$

$$-3 - (-6) =$$

AKTYWNOŚĆ 4C

Aktywność 4C dotyczy odejmowania liczb dodatnich w sytuacji, gdy nie ma tyle białych żetonów, ile trzeba zabrać; w tej sytuacji dokładanie żetonów da się zrobić na dwa istotnie inne sposoby.

Praca wspólna:

- Jak przedstawić działanie $3 - 6$ na żetonach?

(Przy czytaniu zwracamy uwagę na słowo ODJĄĆ: 3 ODJĄĆ 6)

- Ile mamy żetonów?

U: Mamy 3 żetony białe.

- Co mamy zrobić?

U: Zabrać 6 żetonów białych.

- Jak zabrać 6 białych, skoro mamy tylko 3 białe?

- Co zrobić, by mieć 6 białych żetonów?

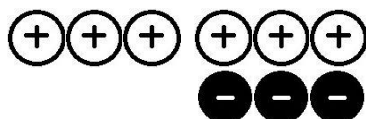
UWAGA: Realizujemy oba sposoby

Pierwszy sposób

Proszę przedstawić na żetonach podane działanie i uzasadnić jak powstaje wynik. Proszę zapisać działanie wraz z wynikiem w zeszycie i uzasadnić ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik.



Rozumowanie:

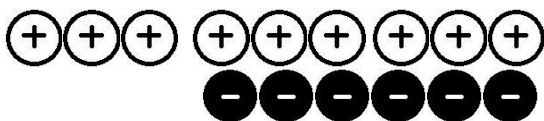


Jak teraz zabierzemy 6 żetonów białych, to otrzymamy od razu wynik: , czyli wartość -3.

Drugi sposób

Mogę zrobić jak w poprzednich przykładach: aby zabrać jakieś żetony, najpierw je sobie dokładaliśmy w postaci par neutralnych, czyli jak tutaj zrobimy? Od razu dołożymy 6 par neutralnych, bo mamy zabrać 6 białych.

Wówczas mamy:



Jak teraz zabierzemy 6 żetonów białych, to otrzymamy taki sam wynik, jak $3 + (-6)$:



Czyli $3 - 6 = 3 + (-6)$. Dalej już umiemy zrobić. (Ale trzeba teraz modelować drugie działanie – dodawanie.)

Praca indywidualna:

- Proszę przedstawić na żetonach podane działanie i uzasadnić jak powstaje wynik. Proszę zapisać działanie wraz z wynikiem w zeszycie i uzasadnić ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik.

$$5 - 5 =$$

$$2 - 8 =$$

AKTYWNOŚĆ 5: ODEJMOWANIE – zadanie domowe

Praca indywidualna w ramach zadania domowego [jeśli jest wolny czas do końca lekcji, to można zacząć podczas lekcji i skończyć w domu].

Treść karty pracy:

Podaj wyniki. Podkreśl jedno działanie i uzasadnij ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik. Sformułuj dobrą radę jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów.



<p>Zadanie 1</p> $-4 - (-2) =$ $-10 - (-4) =$ $-21 - (-20) =$	<p>Uzasadnienie podkreślonego działania:</p>	<p>Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>
<p>Zadanie 2</p> $3 - (-2) =$ $4 - (-5) =$ $70 - (-5) =$	<p>Uzasadnienie podkreślonego działania:</p>	<p>Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>
<p>Zadanie 3</p> $-1 - 3 =$ $-2 - 4 =$ $-20 - 37 =$	<p>Uzasadnienie podkreślonego działania:</p>	<p>Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>
<p>Zadanie 4</p> $-1 - (-3) =$ $-2 - (-3) =$ $-10 - (-25) =$	<p>Uzasadnienie podkreślonego działania:</p>	<p>Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>
<p>Zadanie 5</p> $5 - 3 =$ $7 - 10 =$ $17 - 25 =$	<p>Uzasadnienie podkreślonego działania:</p>	<p>Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>



[Załącznik: A_PL_Karta pracy_odejmowanie]

AMMA		Projekt współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+	
Karta pracy – Odejmowanie		Imię i Nazwisko.....klasa.....	
Podaj wyniki. <u>Podkreśl jedno działanie</u> i uzasadnij ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik. Sformułuj dobrą radę jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów.			
Zadanie 1 $-4 - (-2) =$ $-10 - (-4) =$ $-21 - (-20) =$	Uzasadnienie podkreślonego działania:	Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:	
Zadanie 2 $3 - (-2) =$ $4 - (-5) =$ $70 - (-5) =$	Uzasadnienie podkreślonego działania:	Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:	
Zadanie 3 $-1 - 3 =$ $-2 - 4 =$ $-20 - 37 =$	Uzasadnienie podkreślonego działania:	Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:	

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.
 The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

AMMA		Projekt współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+	
Karta pracy – Odejmowanie		Imię i Nazwisko.....klasa.....	
Podaj wyniki. <u>Podkreśl jedno działanie</u> i uzasadnij ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik. Sformułuj dobrą radę jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów.			
Zadanie 4 $-1 - (-3) =$ $-2 - (-3) =$ $-10 - (-25) =$	Uzasadnienie podkreślonego działania:	Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:	
Zadanie 5 $5 - 3 =$ $7 - 10 =$ $17 - 25 =$	Uzasadnienie podkreślonego działania:	Jak szybko wykonać takie odejmowania z użyciem żetonów? Dobra rada:	

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.
 The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

