

Popis série lekcí Průručka pro učitele

| | |
|--|--|
| Název | Celé čísla, ich sčítanie a odčítanie pomocou žetónov |
| Čas | 4 – 6 vyučovacích hodín (v závislosti od tempa a úrovne žiakov) |
| Trieda | Triedy 5 – 8 (žiaci vo veku 11 – 15 rokov) |
| Cieľ vyučovacieho cyklu a jeho stručný opis | <p><i>Cieľom tejto série lekcí je utvoriť si predstavu o záporných číslach a operáciách sčítania a odčítania s celými číslami pomocou žetónov.</i></p> <p><i>Scenár sa dá použiť v nižších ročníkoch na zoznámenie sa s celými číslami, aj vo vyšších ročníkoch na opakovanie.</i></p> <p><i>Pri hre s konkrétnym modelom (žetónmi) si žiaci vytvárajú predstavu záporného čísla ako opaku daného kladného čísla a rozvíjajú chápanie operácie sčítania ako pridávania žetónov a odčítania ako odoberania žetónov.</i></p> <p><i>Výsledkom je, že žiaci sa venujú matematickému modelovaniu.</i></p> <p><i>Tento prístup k modelovaniu záporných čísel nie je založený na používaní zoradenia celých čísel (záporné číslo neporovnávame s nulou), ide o algebraický model, ktorý možno rozšíriť na tvarovanie pojmu algebraický výraz a výraz k nemu opačný a sčítanie a odčítanie takýchto výrazov.</i></p> |
| Výučbové pomôcky | <i>Každý žiak dostane a manipuluje s 10 okrúhlymi žetónmi každej farby (biela/čierna).</i> |

Lingvistická poznámka pre prácu s celými číslami a algebraickými výrazmi pomocou žetónov:

V našich scenároch dbáme na vedomé jazykové oddelenie dvoch svetov - sveta matematiky, t.j. abstrakcií, a sveta reálnych objektov - v našom prípade žetónov. Preto v kontexte žetónov používame výrazy, ktoré opisujú ich vzhľad: biely/čierny okrúhly/obdĺžnikový alebo podlhovastý/štvorcový žetón, a nepoužívame skrátený tvar biely/čierny kruh/obdĺžnik/štvorec. Podobne v kontexte žetónov hovoríme o pridávaní a odoberaní žetónov - a v kontexte matematiky hovoríme o operáciách sčítania a odčítania. Taktiež dbáme na to, aby sme slovné čítali znaky činnosti ako sčítanie/odčítanie, a nie len názov znaku plus/mínus. Sme presvedčení, že modelovanie aritmetických a algebraických výrazov s ohľadom na zrozumiteľnosť a jazykovú správnosť má veľkú hodnotu a odporúčame to dodržiavať.

ČASŤ 1



Časť 1

Téma: Celé čísla a ich sčítanie pomocou žetónov

AKTIVITA 1: PREDTEST

{Komentár: žiaci sa v PREDTESTE nebudú odkazovať na žetóny, pretože ich jednoducho nepoznajú, ale pravdepodobne tento výklad použijú v POSTTESTE – t. j. možno sa ukáže účinnosť žetónov}

[Pracovný list: A_SK_Predtest] pre každého žiaka.

Zapište výsledok príkladov. V každom príklade vysvetlite, ako ste sa dostali k výsledku.

| | | Predtest | |
|--|-----------------|------------------|--------------|
| Meno..... | | trieda | |
| Zapište výsledok príkladov. V každom príklade vysvetlite, ako ste sa dostali k výsledku. | | | |
| a) $-6 + 2 =$ | b) $6 + (-2) =$ | c) $-6 + (-2) =$ | d) $2 - 6 =$ |
| | | | |

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.
The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



| | | | |
|---|------------------|---------------|-----------------|
| | | Predtest | |
| Meno..... | | trieda | |
| Zapište výsledok príkladov. V každom príklade vysvetlite, ako ste sa dostali k výsledku. | | | |
| e) $-2 - 6 =$ | f) $-6 - (-2) =$ | g) $-6 - 2 =$ | h) $6 - (-2) =$ |
| | | | |
| <small>This material is provided by the AMMA Team, responsible institution: Pedagogical University of Krakow</small> | | | |
| <small>Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License CC BY-NC-SA 4.0 Excluded are funding logos and CC icons / module icons. The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.</small> | | | |

AKTIVITA 2: Úvod do záporných celých čísel – tvorba pojmov

PRAVIDLÁ HRY S ŽETÓNMÍ

Žiaci dostanú žetóny: 10 žetónov každého typu pre každého žiaka.

Učiteľ má alternatívy:

- buď 10 veľkých magnetických žetónov každého typu na pripnutie na tabuľu (PL),
- alebo interaktívnu tabuľu s možnosťou umiestniť na ňu žetóny a pohybovať nimi (SK).



Zavádzame dohodu



Biela \rightarrow 1 „kladný“ žetón \rightarrow má hodnotu 1



Čierna \rightarrow 1 „záporný“ žetón \rightarrow má hodnotu -1

- Dva žetóny rôznych farieb sa navzájom anihilujú.

-Ako by sme to povedali inak?

Spolu so žiakmi sa dohodneme na terminológii

Možné návrhy žiakov:

- biela a čierna tvoria neutrálny pár
- biela a čierna tvoria pár, ktorý má hodnotu 0
- biela a čierna tvoria pár, ktorý predstavuje 0
- biela a čierna tvoria dvojicu opačných žetónov
- biela a čierna sa navzájom „jedia“ / „nulujú sa“

- biela a čierna farba (dva žetóny rôznych farieb) sa nulujú/zmiznú

AKTIVITA 3: ČÍTANIE HODNOTY ČÍSLA POMOCOU MODELU

AKTIVITA 3a

Učiteľ umiestni na tabuľu žetóny [magnetické alebo virtuálne na interaktívnej tabuľi]. Žiaci odpovedajú a zdôvodňujú, akú hodnotu tieto žetóny predstavujú.

| Učiteľ umiestni žetóny na tabuľu | Žiaci odpovedajú | Poznámky / Otázky na diskusiu |
|----------------------------------|---|--|
| 1. | 1 | |
| 2. | 2 | |
| 3. | -3 | |
| 4. | 0 | POZNÁMKY: - Žetóny usporiadame neusporiadane, "chaoticky". |
| 5. | 1 | |
| 6. | 1 | - Ak žiaci spontánne začnú hovoriť o sčítaní, pochváľte ich a povedzte, že sa k tomu dostaneme o chvíľu. |
| | POZNÁMKA: Čo ste si všimli? Poznamenáme, že ide o tú istú situáciu ako vyššie | |
| 7. | 0 | |

AKTIVITA 3b

Učiteľ povie žiakom, ktoré žetóny majú usporiadať (zároveň môže usporiadať aj žetóny na tabuli). Žiaci **samostatne usporiadajú žetóny na laviciach**. Žiaci odpovedajú a zdôvodňujú, akú hodnotu žetóny predstavujú.

Približne 4 príklady vybrané učiteľom. Učiteľ alebo žiak povie, koľko žetónov určitej farby je potrebné zobrať (tabuľka len prezentuje kroky).

Diskusia v triede o najefektívnejšom spôsobe umiestnenia žetónov.

| Učiteľ hovorí | Žiaci usporiadajú žetóny | Žiaci dopĺňajú hodnotu | Poznámky / Otázky na diskusiu |
|---|--------------------------|------------------------|--|
| vezmite si 4 biele žetóny a 1 čierny. | | 3 | - Žiaci si sami umiestnia žetóny na lavicu ako chcú; ak ich niektorí umiestnia chaoticky a iní úhľadne jeden pod druhý, je tu príležitosť diskutovať o spôsoboch – čo je užitočnejšie. |
| Niekoľko bielych a čiernych, napríklad: | | -2 | - Ak na usporiadanie (ukladanie bielych pod čierne alebo naopak) neprichádzajú žiaci prirodzene, spontánne, zámerne sa pýtajte na najefektívnejší spôsob umiestnenia žetónov. |

AKTIVITA 3c

Žiaci pracujú vo dvojiciach. Každý žiak si so spolužiakom vo dvojici usporiada svoju sadu žetónov. Spolužiak prečíta číselnú hodnotu danej sady.

AKTIVITA 4: ZOBRAZENIE CELÝCH ČÍSEL NA MODELI

Samostatná práca.

Učiteľ organizuje súťaž „zriedkavec“: Zobrazte pomocou žetónov dané číslo tak, aby nikto iný takéto zobrazenie nemal.

Najzriedkavejšie riešenie vyhráva. (Bodovanie: každý dostane toľko bodov, aký bol počet žiakov s daným riešením. Vyhrá žiak s najmenším počtom bodov.)

- Vytvorte zaujímavú množinu žetónov s nastavenou hodnotou (postupne: 3, -1, 0)

{Tabuľka len ilustruje očakávané výsledky}.

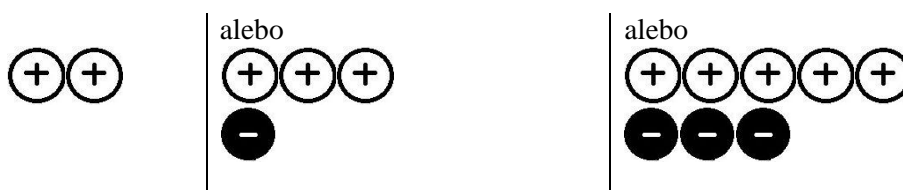
| Dané číslo | Možné modely |
|------------|--------------|
| 3 | |
| | |
| | |
| -1 | |
| | |
| | |
| | |
| 0 | |
| | |
| | |

- Nakreslime si niekoľko príkladov zobrazenia čísla 2 v zošite.

- Ako by sme mali žetóny kresliť, aby bolo ľahko vidieť, o aké číslo ide? (Rôzne žetóny pod sebou, aby sa dali ľahko prečítať po dvojiciach)

Vzorové riešenie:

Číslo 2:



Poznámka:

Vzhľadom na čas potrebný na kreslenie sa môžete so žiakmi dohodnúť, že budú kresliť žetóny so znamienkom + alebo – bez vyfarbovania. Znak v kruhoch by sa nemali zamieňať so znakmi sčítania a odčítania. Môžete ich nechať vyfarbovať, ale zaberie to viac práce a času, ako len vpisovanie + a –.



ÚVOD DO SČÍTAVANIA {od modelu k matematickému zápisu}

Spoločná práca - učiteľ používa veľké magnetické alebo virtuálne žetóny, pracuje pri tabuli a popri tom zaznamenáva činnosť:

- Akým spôsobom opíšete situáciu:

○ Mám a ešte . Koľko mám celkovo?

○ Mám a pridal som . Koľko mám spolu?

○ Mám a pridal som . Koľko mám spolu?

Žiaci si zapíšu: $2 + 3 = 5$ a $1 + 2 = 3$

a $(-2) + (-4) = (-6)$ alebo $-2 + (-4) = -6$

POZNÁMKA!

Zhodneme sa, že oba zápisy sú správne $(-2) + (-4) = (-6)$ alebo $-2 + (-4) = -6$. Ak sú dva znaky vedľa seba, je potrebná zátvorka.

DOHODA: PRIDAŤ znamená SČÍTAŤ

- Koľko mám celkovo žetónov:

• K žetónom som pridal .
Žiaci odpovedajú: spolu mám dve biele a zapíšu $3 + (-1) = 2$

• K žetónom som pridal .
Žiaci odpovedajú: spolu mám jednu čiernu a zapíšu $(-3) + 2 = -1$

{Ak majú žiaci ťažkosti, môžu si spoločne zopakovať ďalší príklad.}

AKTIVITA 5. CVIČENIE NA SČÍTANIE

Spoločná práca.

- Teraz sa budeme zaoberať rôznymi situáciami sčítania, z ktorých niektoré sú triviálne (určite vám budú pripadať smiešne).
 - Napr. $2 + 3$ Čo by to znamenalo pomocou žetónov? {Žiaci uvedú slovný opis}
 - A ako by vyzerala akcia $(-2) + (-3)$ pomocou žetónov? {Žiaci uvedú slovný opis: Vezmem 2 čierne žetóny a pridám 3 čierne – spolu mám 5 čiernych žetónov}

Práca vo dvojiciach

To bolo triviálne, teraz trochu ťažšie – práca so žetónmi vo dvojiciach: jeden žiak vykonáva akciu $-1+2$, druhý $2+(-1)$. (Výsledky zdôvodňujú pomocou žetónov.)

| Činnosť v rámci úlohy | Žiaci usporiadajú model a zdôvodnia výsledok | Poznámky |
|---|--|---|
| A) $-1 + 2 =$ (jeden žiak z dvojice) $2 + (-1) =$ (druhý žiak z dvojice) | | POZNÁMKY: - Požiadame žiakov, aby slovné opísali postup. Dôležitý je jazyk zdôvodnenia: Biely žetón s čiernym zanikne a jeden biely zostane, t. j. hodnota je 1. - Žiaci by si mali všimnúť, že záznamy oboch operácií (komutatívny zákon) môžu byť reprezentované rovnakým usporiadaním žetónov, pretože ide o počítanie toho istého v rôznom poradí. Ak si to nevšimnú, treba im položiť vhodnú otázku, napr. po prvých štyroch činnostiach: Čo ste si všimli? |
| B) $-3 + 2 =$ $2 + (-3) =$ | | - Dávať pozor na zápis zátvoriek – nesmiem napísať dve znamienka po sebe - Pozor, aby sa znak operácie čítal ako akcia pridať (nie len "plus"): mínus 3 PRIDAŤ 2 |
| C) $1 + (-2) =$ $-2 + 1 =$ | | |
| D) $-2 + 3 =$ $3 + (-2) =$ | | |

Poznámka:

- Zapište si vybraný príklad do svojho zošita a zdôvodnite ho znázornením v zošite – ako je výsledok vytvorený pomocou príslušných žetónov.

AKTIVITA 6. CVIČENIA NA SČÍTANIE – pokračovanie

Samostatná práca.

*) Označuje príklady, v ktorých nie je dostatok žetónov pre žiakov. V pracovnom liste žiaka bez *)

Obsah pracovného listu:

Uveďte výsledky. **Podčiarknite jeden príklad** a zdôvodnite znázornením na obrázku, ako sa z príslušných žetónov vytvorí výsledok. Formulujte dobré rady, ako rýchlo vykonať takéto sčítania pomocou žetónov.



| | | |
|--|---|---|
| <p>Úloha 1</p> $-2 + (-7) =$ $-6 + (-10)^* =$ $-21 + (-23)^* =$ | <p>Odôvodnenie zvýrazného príkladu:</p> | <p>Ako sa takéto sčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada:</p> |
| <p>Úloha 2</p> $-6 + 4 =$ $2 + (-7) =$ $8 + (-11)^* =$ $-20 + 10^* =$ $10 + (-15)^* =$ | <p>Odôvodnenie zvýrazného príkladu:</p> | <p>Ako sa takéto sčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada:</p> |
| <p>Úloha 3</p> $9 + (-6) =$ $-5 + 11^* =$ $7 + (-7) =$ $-18 + 20^* =$ $-21 + 23^* =$ $17 + (-12)^* =$ $30 + (-14)^* =$ $-19 + 19^* =$ | <p>Odôvodnenie zvýrazného príkladu:</p> | <p>Ako sa takéto sčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada:</p> |



[A_SK_Pracovný list_Sčítanie]

| AMMA | | Pracovný list - Sčítanie na žetónoch | | Meno..... trieda | |
|---|------------------------------------|---|--|------------------------|--|
| Uveďte výsledky. Podčiarknite jeden príklad a zdôvodnite znázornením na obrázku, ako sa z príslušných žetónov vytvorí výsledok. Formulujte dobré rady, ako rýchlo vykonať takéto sčítania pomocou žetónov. | | | | | |
| Úloha 1 $-2 + (-7) =$ $-6 + (-10) =$ $-21 + (-23) =$ | Odôvodnenie zvýrazneného príkladu: | Ako sa takéto sčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada: | | | |
| Úloha 2 $-6 + 4 =$ $2 + (-7) =$ $8 + (-11) =$ $-20 + 10 =$ $10 + (-15) =$ | Odôvodnenie zvýrazneného príkladu: | Ako sa takéto sčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada: | | | |
| Úloha 3 $9 + (-6) =$ $-5 + 11 =$ $7 + (-7) =$ $-18 + 20 =$ $-21 + 23 =$ $17 + (-12) =$ $30 + (-14) =$ $-19 + 19 =$ | Odôvodnenie zvýrazneného príkladu: | Ako sa takéto sčítania rýchlo vykonávajú pomocou žetónov? Dobrá rada: | | | |
| This material is provided by the AMMA Team , responsible institution: Pedagogical University of Krakow Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License CC BY-NC-SA 4.0 Excluded are funding logos and CC icons / module icons. The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein. | | | | | |

AKTIVITA 7. DOPLŇUJÚCE CVIČENIE - pre nadaných žiakov, ktorí skončia pracovný list skôr:

Vypočítajte:

- $-1 + (-3) + (-8) =$
- $-6 + (-7) + 5 =$
- $-8 + 4 + (-7) + 14 =$
- $-23 + (-17) + (-23) =$
- $-56 + (-31) + 26 =$
- $-11 + 7 + (-29) + 23 =$

 This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

 Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.