

Opis cyklu lekcji

Przewodnik dla Nauczyciela

Tytuł cyklu lekcji	Liczby całkowite, ich dodawanie i odejmowanie z wykorzystaniem żetonów
Czas trwania	4-6 godzin lekcyjnych (w zależności od tempa pracy uczniów i poziomu nauczania)
Klasa/Wiek	Klasy 5-8 szkoły podstawowej (11-15 lat)
Cel cyklu lekcji i jego krótki opis	<p>Celem tego cyklu lekcji jest kształtowanie pojęcia liczby ujemnej oraz działań dodawania i odejmowania na liczbach całkowitych z wykorzystaniem żetonów.</p> <p>Scenariusz może być wykorzystany zarówno w młodszych klasach do wprowadzenia liczb całkowitych, jak i w starszych klasach na lekcjach powtórzeniowych.</p> <p>Uczniowie w trakcie zabawy z modelem konkretnym (żetonami) budują pojęcie liczby ujemnej, jako przeciwnej do danej liczby dodatniej i wypracowują rozumienie działania dodawania jako dokładania żetonów i odejmowania jako zabierania żetonów.</p> <p>Dzięki temu uczniowie podejmują się modelowania matematycznego.</p> <p>Takie podejście do kształtowania liczb ujemnych nie bazuje na wykorzystaniu porządku w zbiorze liczb całkowitych, stanowi model algebraiczny, który może być rozszerzony do kształtowania pojęcia wyrażenia algebraicznego i wyrażenia do niego przeciwnego oraz dodawania i odejmowania takich wyrażeń.</p>
Pomoce naukowe	Każdy uczeń ma do dyspozycji i manipulacji po 10 okrągłych żetonów każdego koloru (biały/czarny).

Uwaga językowa do pracy z żetonami w zakresie liczb całkowitych i wyrażeń algebraicznych:

W naszych scenariuszach zwracamy uwagę na to, by świadomie rozdzielić językowo dwa światy – świat matematyki, czyli abstrakcji i świat przedmiotów rzeczywistych – w naszym przypadku żetonów. Dlatego w kontekście żetonów używamy terminów opisujących jego wygląd: biały/czarny żeton okrągły/podłużny/kwadratowy a nie używamy krótkiej formy białe/czarne koło/prostokąt/kwadrat. Podobnie w kontekście żetonów mówimy o dokładaniu i zabieraniu żetonów – a w kontekście matematyki o działaniach dodawania i odejmowania. Zwracamy również uwagę na to, by znaki działań czytać słownie jako dodać/odjąć, a nie tylko czytając nazwę znaku plus/minus. Jesteśmy przekonani, że modelowanie wyrażeń arytmetycznych i algebraicznych z dbałością o czystość i poprawność językową jest dużą wartością i ją rekomendujemy.

CZĘŚĆ 1

str. 1

 This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

 Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

Część 1

Temat: Liczby całkowite i ich dodawanie z wykorzystaniem żetonów

AKTYWNOŚĆ 1: TEST NA START

{ Komentarz: Uczniowie w TEŚCIE NA START nie odwołają się do żetonów, bo ich po prostu nie było, ale być może skorzystają z tej interpretacji w TEŚCIE WYJŚCIA – czyli może będzie widać efektywność żetonów }

[Załącznik: A_PL_Test na start]

AMMA		TEST NA START Imię i Nazwisko..... klasa.....	
Zapisz wynik działań. W każdym przypadku <u>wyjaśnij jak powstał otrzymany przez Ciebie wynik.</u>			
a) $-6 + 2 =$	b) $6 + (-2) =$	c) $-6 + (-2) =$	d) $2 - 6 =$
<small>This material is provided by the AMMA Team, responsible institution: Pedagogical University of Krakow</small>			
<small>Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License CC BY-NC-SA 4.0. Excluded are funding logos and CC icons / module icons. The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.</small>			



AMMA		Projekt współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+	
TEST NA START Imię i Nazwisko.....		klasa.....	
Zapisz wynik działań. W każdym przypadku <u>wyjaśnij jak powstał otrzymany przez Ciebie wynik.</u>			
e) $-2 - 6 =$	f) $-6 - (-2) =$	g) $-6 - 2 =$	h) $6 - (-2) =$
<small>This material is provided by the AMMA Team, responsible institution: Pedagogical University of Krakow</small>			
<small>Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License CC BY-NC-SA 4.0 Excluded are funding logos and CC icons / module icons. The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.</small>			

AKTYWNOŚĆ 2: Pogadanka nt. liczb ujemnych i całkowitych – kształtowanie pojęć

ZASADY ZABAWY Z ŻETONAMI

Uczniowie otrzymują żetony: po 10 żetonów każdego rodzaju dla każdego ucznia.

Nauczyciel ma do dyspozycji alternatywnie:

- albo 10 dużych, magnetycznych żetonów każdego rodzaju do przypinania na tablicy (PL),
- albo tablicę interaktywną z możliwością umieszczenia na niej żetonów i przesuwania ich (SK).



Wprowadzamy umowę



Biały \rightarrow 1 żeton „dodatni” \rightarrow ma wartość 1

Czarny \rightarrow 1 żeton „ujemny” \rightarrow ma wartość -1

-Dwa żetony różnych kolorów unicestwiają się.
-Jak byśmy to inaczej powiedzieli?

Wspólnie z uczniami ustalamy terminologię

Możliwe pomysły uczniów:

- biały i czarny tworzą parę neutralną
- biały i czarny tworzą parę, która ma wartość 0
- biały z czarnym tworzą parę, która reprezentuje 0
- biały i czarny tworzą parę żetonów przeciwnych
- czarny z białym się zjadają nawzajem
- czarny z białym (dwa żetony różnych kolorów) unicestwiają się/ znikają

AKTYWNOŚĆ 3: ODCZYTYWANIE WARTOŚCI LICZBY Z MODELU

AKTYWNOŚĆ 3a

Nauczyciel układa na tablicy żetony [magnetyczne lub wirtualne na tablicy interaktywnej]. Uczniowie odpowiadają i uzasadniają, jaką wartość reprezentują te żetony.

LP	Nauczyciel układa żetony na tablicy	Uczniowie odpowiadają	Uwagi dla nauczyciela / Kwestie do dyskusji
1.		1	
2.		2	
3.		-3	
4.		0	UWAGI: - Układamy żetony w sposób nieuporządkowany, „chaotycznie”
5.		1	- Jeśli uczniowie spontanicznie zaczną mówić o dodawaniu, to należy ich pochwalić i powiedzieć, że zaraz do tego przejdziemy
6.		1	
			UWAGA: - Co zauważacie? Zauważamy, że to ta sama sytuacja, co wyżej
7.		0	

AKTYWNOŚĆ 3b

Nauczyciel mówi uczniom, jakie żetony mają ułożyć (może jednocześnie sam układać). Uczniowie **samodzielnie układają na ławkach**. Uczniowie odpowiadają i uzasadniają, jaką wartość reprezentują te żetony.

Około 4 przykłady dobrane przez nauczyciela. Nauczyciel lub uczeń mówią ile trzeba wziąć żetonów danego koloru (tabelka tylko prezentuje kolejne etapy).

Pogadanka na tle klasy na temat najbardziej efektywnego sposobu układania.

Nauczyciel mówi	Uczniowie układają żetony	Uczniowie uzupełniają wartość	Uwagi dla nauczyciela / Kwestie do naszej dyskusji
weźcie sobie 4 białe i 1 czarny		3	- Uczniowie sami kładą jakkolwiek chcą na ławce; jeśli jedni ułożą chaotycznie, a inni uporządkowane jedno pod drugim to jest okazja, by porozmawiać nad sposobami – który bardziej przydatny
Kilka białych i czarnych, na przykład tak:		-2	- Jeśli porządkowanie (układanie białych nad czarnymi lub odwrotnie) nie wyjdzie naturalnie, spontanicznie od uczniów, to celowo zadać pytania o najbardziej efektywny sposób układania

AKTYWNOŚĆ 3c

Uczniowie pracują w parach. Każdy uczeń układa koledze z pary swój zestaw żetonów. Kolega odczytuje wartość liczbową danego zestawu.

AKTYWNOŚĆ 4: PRZEDSTAWIANIE LICZB CAŁKOWITYCH NA MODELU

Realizujemy kolejne zadanie w formie konkursu "Rzadkie":

- Ułóż podane wyrażenie za pomocą żetonów tak, aby nikt inny nie miał takiego sposobu.

Wygrywa najrzadsze rozwiązanie (punktacja: każdy otrzymuje tyle punktów, ilu uczniów ma dane rozwiązanie. Uczeń z najmniejszą liczbą punktów wygrywa). Uczniowie pracują indywidualnie.

- Zbuduj ciekawy zestaw żetonów o zadanej wartości (kolejno: 3, -1, 0)

{Tabelka jedynie obrazuje oczekiwane przykładowe rezultaty}



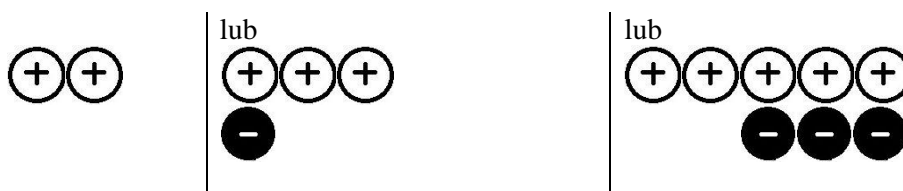
Zadana liczba	Przykładowe model(e)
3	
-1	
0	

- Narysujmy w zeszycie kilka przykładowych układów dla liczby 2.

- Jak narysować, by było łatwo zobaczyć jaka to liczba? (żetony w różnych kolorach jeden pod drugim, by łatwo się je skreślało parami)

Przykładowa notatka:

Liczba 2:



Uwaga:

Ze względu na czas rysowania można się umówić z uczniami, by rysować żetony ze znakiem + lub -, a bez zamalowywania. Znaki w kółkach nie powinny się mylić ze znakami dodawania i odejmowania.

Oczywiście można zostawić tu kolor, ale będzie dużo malowania (więcej pracy i czasu niż stawianie + i - w kółkach).



WPROWADZENIE DO DODAWANIA {od modelu do zapisu matematycznego}

Praca wspólna – nauczyciel wykorzystuje duże magnetyczne lub wirtualne żetony, praca przy tablicy, zapis działania obok:

- Jakim działaniem opiszemy sytuację:

- Mam $\oplus \oplus$ i jeszcze $\oplus \oplus \oplus$. Ile mam razem?
- Mam \oplus i dokładam $\oplus \oplus$. Ile mam razem?
- Mam $\ominus \ominus$ i dokładam $\ominus \ominus \ominus \ominus$. Ile mam razem?

Uczniowie opisują: $2+3 = 5$ oraz $1+2 = 3$

oraz $(-2) + (-4) = (-6)$ lub $-2 + (-4) = -6$

UWAGA!

Umawiamy się, że oba zapisy są poprawne $(-2) + (-4) = (-6)$ oraz $-2 + (-4) = -6$. Nawias jest konieczny jeśli dwa znaki są obok siebie.

UMOWA: DOŁOŻYĆ oznacza DODAC

- Ile mam razem żetonów:

- Do $\oplus \oplus \oplus$ dokładam \ominus .

Uczniowie odpowiadają: razem mam dwa białe i zapisują $3 + (-1) = 2$

- Do $\ominus \ominus \ominus$ dokładam $\oplus \oplus$

Uczniowie odpowiadają: razem mam jeden czarny i zapisują $(-3) + 2 = -1$

{W razie trudności uczniów można wspólnie zrobić jeszcze jeden przykład.}

AKTYWNOŚĆ 5. ĆWICZENIE DODAWANIA

Praca wspólna

- A teraz zajmiemy się różnymi sytuacjami z dodawaniem, niektóre są banalne, że wydają się dla was na pewno aż śmieszne 😊

- Np. $2+3$ Co to by oznaczało na żetonach? {Uczniowie podają słowny opis}
- A jak na żetonach wyglądałoby działanie $(-2) + (-3)$? {Uczniowie podają słowny opis: biorę 2 żetony czarne i dokładam 3 czarne – razem mam 5 żetonów czarnych}

Praca w parach

- To było banalne, a teraz nieco trudniejsze – i to już proszę przedstawić na żetonach w parach: jedna osoba działanie $-1+2$, druga $2+(-1)$.

str. 7

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

Proszę uzasadnić na żetonach wynik.

Zadane działanie	Uczniowie układają model i uzasadniają wynik	Uwagi dla nauczyciela
A) $-1+2 =$ <i>(jedna osoba w ławce)</i> $2+(-1) =$ <i>(druga osoba w ławce)</i>		UWAGI: - Prosimy uczniów o wypowiedzenie, ważny jest język uzasadnienia: żeton biały z czarnym się unicestwił i zostanie biały, czyli wartość jest 1. - Uczniowie powinni zauważyć, że zapisy obu działań (przemienność) mogą być reprezentowane przez ten sam układ żetonów, bo to kwestia zliczania w odpowiedniej kolejności. Jeśli nie zauważą, to należy zadać odpowiednie pytanie, np. po czterech pierwszych działaniach: Co zauważacie? - Zwracamy uwagę na nawiasy oraz wypowiedź, by znak działania był czytany jako działanie (a nie symbol plus): minus 3 DODAĆ 2
Kolejne przykłady robimy podobnie, aż uczniowie sami zauważą przemienność.		
B) $-3+2 =$ $2+(-3) =$		
C) $1+(-2) =$ $-2+1 =$		
D) $-2+3 =$ $3+(-2) =$		

Po tych przykładach notatka.

- Zapisz wybrane działanie w zeszycie i uzasadnij ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik.

AKTYWNOŚĆ 6. ĆWICZENIE DODAWANIA – c.d.

Praca indywidualna.

*) Oznacza przykłady, w których nie wystarczy uczniom żetonów. W karcie pracy dla ucznia bez gwiazdek

Treść karty pracy:

Podaj wyniki. Podkreśl jedno działanie i uzasadnij ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik. Sformułuj dobrą radę jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów.

<p>Zadanie 1</p> $-2 + (-7) =$ $-6 + (-10)^* =$ $-21 + (-23)^* =$	<p>Uzasadnienie podkreślonego działania:</p>	<p>Jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>
<p>Zadanie 2</p> $-6 + 4 =$ $2 + (-7) =$ $8 + (-11)^* =$ $-20 + 10^* =$ $10 + (-15)^* =$	<p>Uzasadnienie podkreślonego działania:</p>	<p>Jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>
<p>Zadanie 3</p> $9 + (-6) =$ $-5 + 11^* =$ $7 + (-7) =$ $-18 + 20^* =$ $-21 + 23^* =$ $17 + (-12)^* =$ $30 + (-14)^* =$ $-19 + 19^* =$	<p>Uzasadnienie podkreślonego działania:</p>	<p>Jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>



[Załącznik: A_PL_Karta pracy_dodawanie]

AMMA		Projekt współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+	
Karta pracy – Dodawanie		Imię i Nazwisko klasa	
<p>Podaj wyniki. Podkreśl jedno działanie i uzasadnij ilustrując na rysunku, jak z odpowiednich żetonów powstaje wynik. Sformułuj dobrą radę jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów.</p>			
<p>Zadanie 1</p> <p>-2 + (-7) = -6 + (-10) = -21 + (-23) =</p>	Uzasadnienie podkreślonego działania:	<p>Jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>	
<p>Zadanie 2</p> <p>-6 + 4 = 2 + (-7) = 8 + (-11) = -20 + 10 = 10 + (-15) =</p>	Uzasadnienie podkreślonego działania:	<p>Jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>	
<p>Zadanie 3</p> <p>9 + (-6) = -5 + 11 = 7 + (-7) = -18 + 20 = -21 + 23 = 17 + (-12) = 30 + (-14) = -19 + 19 =</p>	Uzasadnienie podkreślonego działania:	<p>Jak szybko wykonać takie dodawania z użyciem żetonów? Dobra rada:</p>	
<p>This material is provided by the AMMA Team, responsible institution: Pedagogical University of Krakow</p> <p>Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License CC BY-NC-SA 4.0 Excluded are funding logos and CC icons / module icons. The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.</p>			

AKTYWNOŚĆ 7. ĆWICZENIE DODAWANIA – dla zdolnych uczniów, którzy skończą wcześniej pracę z kartą pracy

Oblicz.

- a) $-1 + (-3) + (-8) =$
- b) $-6 + (-7) + 5 =$
- c) $-8 + 4 + (-7) + 14 =$
- d) $-23 + (-17) + (-23) =$
- e) $-56 + (-31) + 26 =$
- f) $-11 + 7 + (-29) + 23 =$

