

Príručka pre učiteľa

Opis vyučovacieho cyklu

| | |
|--|--|
| Názov série lekcíí | Algebraické výrazy, ich sčítanie a odčítanie pomocou žetónov |
| Čas trvania | <i>5 – 8 vyučovacích hodín (v závislosti od tempa a úrovne učenia sa žiakov)</i> |
| Trieda/vek | <i>8. trieda základných škôl (15 rokov); 1. trieda strednej školy (pre žiakov s ťažkosťami v učení sa matematiky)</i> |
| Cieľ vyučovacieho cyklu a jeho stručný opis | <i>Cieľom tejto metodiky je vytvoriť predstavu o algebraickom výraze a opačnom výraze, ako aj o sčítaní a odčítaní takýchto výrazov pomocou žetónov. Metodiku možno použiť v mladších ročníkoch ako úvod do algebraických výrazov, aj na opakovacích hodinách so žiakmi vo vyšších ročníkoch. Pri hre s konkrétnym modelom (žetónmi) si žiaci vytvárajú predstavu o algebraickom výraze a k nemu opačnom výraze a rozvíjajú chápanie činnosti sčítania ako pridávania žetónov a odčítania ako odoberania žetónov. Týmto spôsobom žiaci vykonávajú matematické modelovanie.</i> |
| Výučbové pomôcky | <i>Každý žiak dostane a manipuluje s 10 žetónmi každej farby (biela/čierna) a každého tvaru (okružlý/obdĺžnikový/štvorcový), spolu 60 žetónov.</i> |

Lingvistická poznámka pre prácu s celými číslami a algebraickými výrazmi pomocou žetónov:

V našich scenároch dbáme na vedomé jazykové oddelenie dvoch svetov - sveta matematiky, t.j. abstrakcií, a sveta reálnych objektov - v našom prípade žetónov. Preto v kontexte žetónov používame výrazy, ktoré opisujú ich vzhľad: biely/čierny okrúhly/obdĺžnikový alebo podlhovastý/štvorcový žetón, a nepoužívame skrátený tvar biely/čierny kruh/obdĺžnik/štvorec. Podobne v kontexte žetónov hovoríme o pridávaní a odoberaní žetónov - a v kontexte matematiky hovoríme o operáciách sčítania a odčítania. Taktiež dbáme na to, aby sme slovné čítali znaky činnosti ako sčítanie/odčítanie, a nie len názov znaku plus/mínus. Sme presvedčení, že modelovanie aritmetických a algebraických výrazov s ohľadom na zrozumiteľnosť a jazykovú správnosť má veľkú hodnotu a odporúčame to dodržiavať.

ČASŤ 4



Časť 4

Téma: Sčítanie a odčítanie zložitých algebraických výrazov pomocou žetónov

AKTIVITA 1: Sčítanie zložitých algebraických výrazov pomocou žetónov

- V matematike často zapisujeme zložitejšie algebraické výrazy - sčítanie a odčítanie algebraických výrazov, pomocou zátvoriek. V ďalšej časti lekcie sa naučíme, ako tieto výrazy upravovať.

Príklad 1)

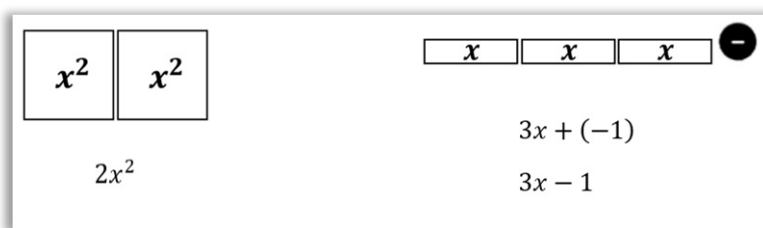
Učiteľ na tabuľu rozloží pomocou žetónov dva algebraické výrazy – na ľavú stranu pripevní 2 biele štvorcové žetóny a na pravú stranu pripevní 3 biele obdĺžnikové žetóny a 1 čierny okrúhly žetón. Potom sa spýta žiakov, aké výrazy boli znázornené; žiaci popíšu obe skupiny žetónov príslušnými algebraickými výrazmi (ako je znázornené nižšie).

- Aké algebraické výrazy máme na tabuli?

$$\text{Ž: } 2x^2, \quad 3x + (-1),$$

- Môžeme tento výraz vpravo zapísať kratšie?

{Snažíme sa, aby sa objavil zápis $3x - 1$. Zapišme ho takto:



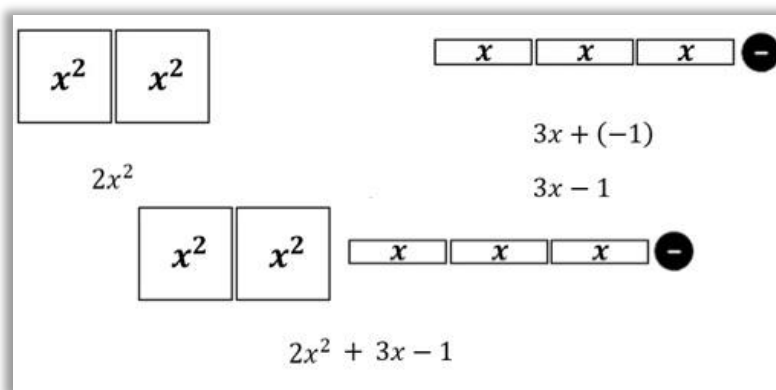
- Teraz chceme k výrazu $2x^2$ pridať **celý algebraický výraz** $3x - 1$. To znamená, že chceme nájsť výraz, ktorý dostaneme ako výsledok sčítania: $2x^2 + (3x - 1)$. {zapišeme súčet týchto výrazov a farebne zvýrazníme znamienko sčítania / súčtu}
- Čo by sme urobili, keby sme chceli získať jeden výraz, ktorý by bol súčtom týchto dvoch výrazov? {naším cieľom je, aby žiaci povedali, že žetóny treba posunúť k sebe tak, aby vznikol jeden výraz}.
- Aký je súčet týchto dvoch výrazov?
{Ak je odpoveď $2x^2 + 3x + (-1)$ pýtame sa, či sa to dá zapísať kratšie.
 $2x^2 + 3x - 1$ (už bez zátvoriek, bez medzery medzi žetónmi – posúvame žetóny do stredu tabule)}.

Poznámka:

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.



Učiteľ zdôrazňuje rovnosť algebraických výrazov zapísaných v rôznych tvaroch.

Príklad 2)

Učiteľ napíše na tabuľu súčet dvoch algebraických výrazov: $(-2x^2 - x) + (5x^2 + 3)$.

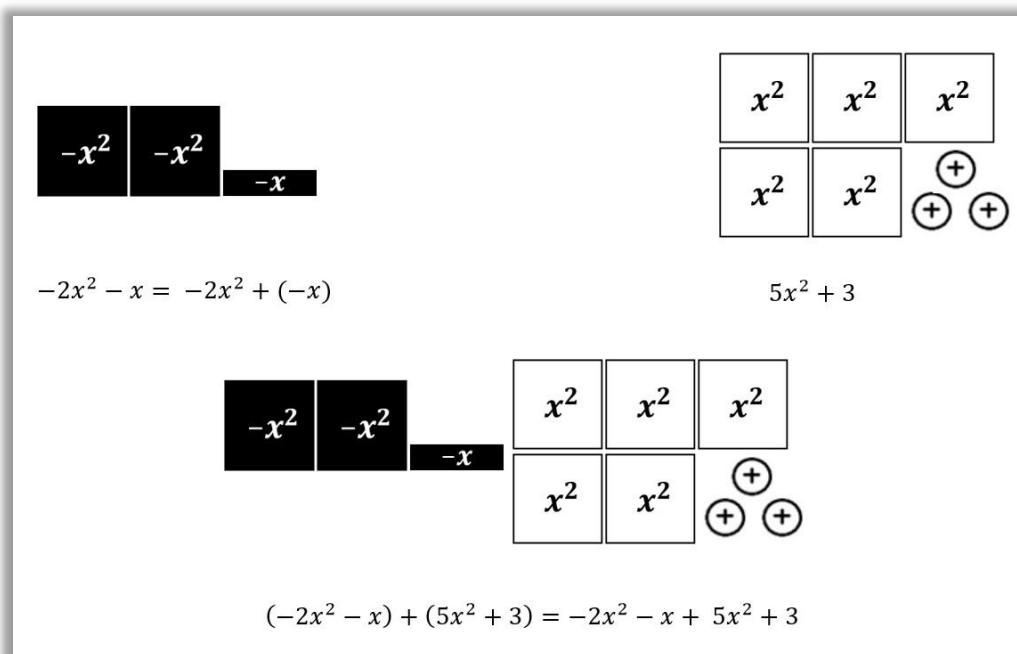
- Teraz by sme chceli takéto dva algebraické výrazy sčítať \rightarrow Vzniká zápis A: $(-2x^2 - x) + (5x^2 + 3)$.

- Ilustrujme si to pomocou žetónov

{Znázorňujeme výrazy pomocou žetónov: $-2x^2 - x = -2x^2 + (-x)$

a $5x^2 + 3$, potom posunieme žetóny k sebe a potom prečítame výraz $-2x^2 - x + 5x^2 + 3$ }

- Poznámka: napríklad nasledujúce znázornenie, bez úpravy.



- Vedeli by ste teraz tento algebraický výraz zapísať jednoduchšie?

$$\text{Ž: áno } (-2x^2 - x) + (5x^2 + 3) = -2x^2 - x + 5x^2 + 3$$

[Tento výraz môžeme ďalej redukovať.]

Príklad 3)

Učiteľ napíše na tabuľu sčítanie dvoch algebraických výrazov: $x^2 + (-2x - 3)$.

- Teraz by sme chceli takéto dva algebraické výrazy sčítať → Výsledný zápis: $x^2 + (-2x - 3)$
Ilustrujme si to pomocou žetónov

{Vyjadrujeme výrazy pomocou žetónov. Využívame skutočnosť, že: $-2x - 3 = -2x + (-3)$ }

Spoločne sme dostali:

$$x^2 + (-2x) + (-3).$$

- Ako môžeme výsledok zapísať inak – kratšie?

$$x^2 - 2x - 3$$

Poznamenávame, že:

$$x^2 + (-2x - 3) = x^2 - 2x - 3.$$

Samostatná práca

- Sčítajte výrazy pomocou žetónov a výsledok si zapíšte do zošita.

- $(4x^2 - 3) + x^2 =$
- $(3x + 4x^2) + (x - 5x^2) =$

AKTIVITA 3: Zavedenie opačného výrazu

Sčítajme teda tieto dva zložené algebraické výrazy a tentoraz vypočítajme, koľko to bude (pomocou žetónov a zapíšme si výsledok):

$$(3x^2 + x) + (-3x^2 - x) = 3x^2 + x + (-3x^2) - x = 0$$

Ako teda nazveme tieto dva zložené algebraické výrazy: $3x^2 + x$ a $-3x^2 - x$?

OPAČNÉ VÝRAZY

- Uveďte dva opačné výrazy a zdôvodnite pomocou žetónov, že sú to naozaj opačné výrazy {žiaci sčítajú dané výrazy a mala by im vyjsť 0}.

Samostatná práca (žiaci robia cvičenia)

Vytvorte výrazy opačné k:

- $-5x + 3$
- $9x^2 - 8x$
- $4x^2 + 2 - 6$
- $-3x - 7$



AKTIVITA 4: Odčítanie algebraických výrazov

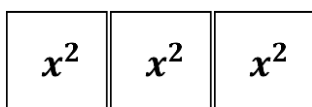
Príklad 1)

Učiteľ na tabuľu pomocou žetónov znázorní dva algebraické výrazy – na ľavú stranu pripevní 3 biele štvorcové žetóny a na pravú stranu 1 biely obdĺžnikový žetón a 2 dva čierne okrúhle žetóny. Potom sa spýta žiakov, ktoré výrazy sú znázornené na tabuli.

- Ktoré dva výrazy sú zobrazené na tabuli?
Ž: vľavo: $3x^2$, vpravo $x - 2$
- A ako by sme to napísali, ak by sme chceli odčítať výraz naľavo od výrazu napravo?
Ž: $3x^2 - (x - 2)$ {zapišeme rozdiel týchto výrazov a farebne zvýrazníme znamienko odčítania medzi nimi}.
- A čo by sme urobili, keby sme chceli získať výsledok tohto výrazu?
{2 spôsoby – dôraz na doplnenie opačného výrazu}

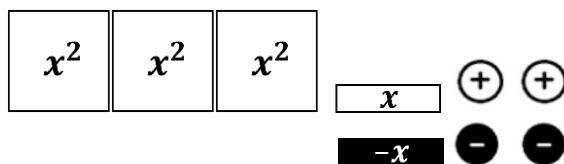
Prvý spôsob – odčítanie ako odobratie

K 3 bielym štvorcovým žetónom pridajte 1 neutrálny pár obdĺžnikových žetónov a 2 neutrálné páry okrúhlych žetónov.

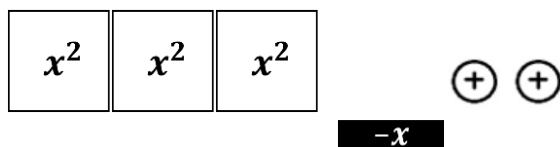


Nezabudnite, čo máte odobrať:

Aby sme mohli vziať 1 biely obdĺžnikový žetón a 2 čierne okrúhle žetóny, musíme ich mať, takže k 3 bielym štvorcovým žetónom pridáme 1 neutrálnu dvojicu obdĺžnikových žetónov a 2 neutrálnu dvojice okrúhlych žetónov.



Potom sa žetóny odoberú: 1 biely obdĺžnikový žetón a 2 čierne okrúhle žetóny.



Zostávajúce žetóny: 3 biele štvorcové žetóny, 1 čierny obdĺžnikový žetón a 2 biele okrúhle žetóny. Takže $3x^2 - (x - 2) = 3x^2 - x + 2$



Druhý spôsob - prídanie opačného výrazu

To znamená, $3x^2 - (x - 2) = 3x^2 + (-x + 2)$.

Príklad dialógu:

- Čo znamená odčítať výraz? {Akou operáciou možno nahradiť odčítanie}.
- Ž: Pripočítať opačný výraz, t. j. $3x^2 - (x - 2) = 3x^2 + (-x + 2)$.
- Aký je teda (už bez použitia zátvoriek) súčet týchto dvoch výrazov?
- Ž: $3x^2 - x + 2$

Zapište si do zošita spôsob, ktorý navrhli žiaci.

Príklad 2)

Učiteľ napíše výraz na tabuľu: $(4 - 2x) - (3x - 2) =$.

- Čo tu máme?

Ž: Máme rozdiel dvoch algebrických výrazov

- Ako to zjednodušiť pomocou žetónov?

Ž: Odčítať znamená pridať výraz opačný k odčítavanému výrazu, t. j. k prvému výrazu pridám žetóny: 3 čierne obdĺžnikové žetóny a 2 biele okrúhle žetóny:

$$(4 - 2x) - (3x - 2) = 4 - 2x + (-3x + 2) = 4 - 2x - 3x + 2$$

{Dôraz je na pridaní výrazu opačného k odčítavanému výrazu – už nerobíme dva spôsoby. }

Žiaci si to zapisujú do zošitov.

Príklad 3)

Učiteľ napíše výraz na tabuľu: $2x - (-4x^2 + 1) =$.

{všimnite si, že odčítanie znamená prídanie opačného výrazu k odčítavanému výrazu, t. j. k prvému výrazu pridám žetóny: 4 biele štvorcové žetóny a 1 čierny okrúhly žetón:

$$2x - (-4x^2 + 1) = 2x + (4x^2 - 1) = 2x + 4x^2 - 1$$

Samostatná práca

- Vykonajte úpravy pomocou žetónov a výsledok si zapíšte do zošita.
- $6 - (-5x^2 + 4) =$
- $(4x^2 - 7x) - (2x^2 + 3x) =$

AKTIVITA 5: Hra

Hra – karty:

Popis: Hra pre 2, 3 alebo 4 hráčov (podľa uváženia učiteľa). Nižšie uvedené pokyny sú určené pre hru medzi štyrmi žiakmi.

K dispozícii sú 4 sady kariet v rôznych farbách. Každý žiak dostane 1 sadu kariet pozostávajúcu zo 4 kariet s výrazmi a jednej dodatočnej karty s odpoveďami na danú sadu.

Žiak 1 si vylosuje kartu aktivity od žiaka 2, žiak 2 od žiaka 3, žiak 3 od žiaka 4 a žiak 4 od žiaka 1. Žiaci súčasne riešia vylosovanú aktivitu na karte. Každý žiak získa 1 bod za správne riešenie. Okrem toho žiak, ktorý ako prvý správne vyrieši aktivitu, získava bonusový 1 bod. Hra pokračuje rovnakým spôsobom až do vyčerpania kariet. Po každom kole sa body zapíšu do tabuľky:

| | Žiak 1 | Žiak 2 | Žiak 3 | Žiak 4 |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| 1. kolo | | | | |
| 2. kolo | | | | |
| 3. kolo | | | | |
| 4. kolo | | | | |

Vyhráva žiak s najvyšším počtom bodov.

Série úloh:

Žiak 1 (modrá)

| | Výraz | Odpoveď |
|----|-----------------------------|-------------|
| 1. | $4x^2 + (x - 8x^2) =$ | $-4x^2 + x$ |
| 2. | $(2x - 5) + (6x - 1) =$ | $8x - 6$ |
| 3. | $3x - (x - 7) =$ | $2x + 7$ |
| 4. | $(7 + x^2) - (-3x^2 - 1) =$ | $4x^2 + 8$ |



Žiak 2 (červená)

| | Výraz | Odpoveď |
|----|-----------------------------|--------------|
| 1. | $(2x - 5x^2) + 3x^2 =$ | $-2x^2 + 2x$ |
| 2. | $(-x - 3) + (4 + 6x) =$ | $5x + 1$ |
| 3. | $7x - (2x - 8) =$ | $5x + 8$ |
| 4. | $(2x^2 - 6) - (4 + 4x^2) =$ | $-2x^2 - 10$ |

Žiak 3 (zelená)

| | Výraz | Odpoveď |
|----|----------------------------|--------------|
| 1. | $2x^2 + (3x - 5x^2) =$ | $-3x^2 + 3x$ |
| 2. | $(-6 + 4x) + (-6x + 4) =$ | $-2x - 2$ |
| 3. | $(10x - 10) - 2x =$ | $8x - 10$ |
| 4. | $(9x^2 + 3) - (x^2 - 2) =$ | $8x^2 + 5$ |

Žiak 4 (žltá)

| N | Výraz | Odpoveď |
|----|----------------------------|--------------|
| 1. | $(4x - 8x^2) + 5x^2 =$ | $-3x^2 + 4x$ |
| 2. | $(-2x - 3) + (6 + 6x) =$ | $4x + 3$ |
| 3. | $(2x - 9) - x =$ | $x - 9$ |
| 4. | $(4x^2 + 3) - (2 - x^2) =$ | $5x^2 + 1$ |



| | | |
|------------------|-------------------------|-----------------------|
| $3x - (x - 7) =$ | $(2x - 5) + (6x - 1) =$ | $4x^2 + (x - 8x^2) =$ |
|------------------|-------------------------|-----------------------|

| Działanie | Odpowiedź |
|-----------------------------|-------------|
| $4x^2 + (x - 8x^2) =$ | $-4x^2 + x$ |
| $(2x - 5) + (6x - 1) =$ | $8x - 6$ |
| $3x - (x - 7) =$ | $2x + 7$ |
| $(7 + x^2) - (-3x^2 - 1) =$ | $4x^2 + 8$ |

$(7 + x^2) - (-3x^2 - 1) =$

AKTIVITA 4: ALGEBRICKÉ CVIČENIE - pokračovanie.

Úloha 1

- a) $6x^2 + (6x - 8x^2) =$
 b) $(4x - 2) + (5x - 3) =$
 c) $(35 + 10x^2) + (21x^2 - 3) =$

Úloha 2

- a) $x - (14x - 22) =$
 b) $(3x^2 + 1) - (2x^2 - 1) =$

Úloha 3

- a) $(x + x^2) + (x - 4) - (5 - x^2) =$
 b) $(x^2 + 5x - 6) + (2x^2 - x + 8) =$

Nakoniec navrhujeme výstupný test:

[Doplnok: B_SK_Test algebraické výrazy]

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Meno..... trieda.....

TEST - ALGEBRAICKÉ VÝRAZY**Úloha 1**

Nakreslite pomocou žetónov modely daných algebraických výrazov.

| | |
|-----------------------|---------------------------|
| a) $-2x + (-x^2) + 3$ | b) $-x + 2x + x^2 + (-2)$ |
|-----------------------|---------------------------|

Úloha 2**Zjednodušte výrazy. Vysvetlite, ako ste to urobili – znázornite to pomocou žetónov.**

| | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $-6x + (-2x) =$ Vysvetlenie: | b) $-3x^2 + 5x^2 =$ Vysvetlenie: |
|------------------------------------|-------------------------------------|

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of KrakowUnless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.





Úloha 3 Zjednodušte výrazy. Vysvetlite, ako ste to urobili – znázorníte to pomocou žetónov.

a) $-4x^2 - (-4x^2) =$
 Vysvetlenie:

b) $3x - 7x =$
 Vysvetlenie:

Úloha 4

Výraz opačný k: $-4x^2 + 5$ je výraz:

Znázorníte model výrazu opačného k: $-4x^2 + 5$ pomocou žetónov:

Úloha 5 Zjednodušte výrazy. Svoj výsledok zdôvodnite vhodnými náčrtmi žetónov.

a) $1 - (-4x^2 + 5) =$

b) $-3x^2 + (-4x) - x + 3 + x^2 =$

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow





Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



[Doplnok: B_SK_Záverečný dotazník]

 Projekt współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+ 

DOTAZNIK - ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

1. Do akej miery vám metóda so žetónmi pomohla pochopiť a vykonávať operácie s algebraickými výrazmi? Označte jednu odpoveď na stupnici od 1 do 5 (kde 1 - znamená, že vám vôbec nepomohla a 5, že je veľmi užitočná)

1 2 3 4 5

1 - znamená, že vám vôbec nepomohla 5 znamená, že je veľmi užitočná

2. Páčila sa vám žetónová metóda? (Zakrúžkujte svoju odpoveď)

NIE / NEVIEM / ÁNO

3. Čo sa vám páčilo na vyučovaní pomocou žetónov?

.....

.....

.....

.....

4. Čo sa vám nepáčilo na vyučovaní pomocou žetónov? Čo by sa podľa vás malo zmeniť?

.....

.....

.....

.....

5. Čo si myslíte o vyučovacej hodine so žetónmi? Napíšte svoje ďalšie postrehy.


.....

.....

.....

.....

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow

 Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

DOTAZNÍK - ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

1. Do akej miery vám metóda so žetónmi pomohla pochopiť a vykonávať operácie s algebraickými výrazmi? Označte jednu odpoveď na stupnici od 1 do 5 (kde 1 - znamená, že vám vôbec nepomohla a 5, že je veľmi užitočná)
2. Páčila sa vám žetónová metóda? (Zakrúžkujte svoju odpoveď)
NIE / NEVIEM / ÁNO
3. Čo sa vám páčilo na vyučovaní pomocou žetónov?
4. Čo sa vám nepáčilo na vyučovaní pomocou žetónov? Čo by sa podľa vás malo zmeniť?
5. Čo si myslíte o vyučovacej hodine so žetónmi? Napíšte svoje ďalšie postrehy.

