

## Príručka pre učiteľa

### Opis vyučovacieho cyklu

<b>Názov série lekcíí</b>	<b>Algebraické výrazy, ich sčítanie a odčítanie pomocou žetónov</b>
<b>Čas trvania</b>	<i>5 – 8 vyučovacích hodín (v závislosti od tempa a úrovne učenia sa žiakov)</i>
<b>Trieda/vek</b>	<i>8. trieda základných škôl (15 rokov);</i>  <i>1. trieda strednej školy (pre žiakov s ťažkosťami v učení sa matematiky)</i>
<b>Cieľ vyučovacieho cyklu a jeho stručný opis</b>	<p><i>Cieľom tejto metodiky je vytvoriť predstavu o algebraickom výraze a opačnom výraze, ako aj o sčítaní a odčítaní takýchto výrazov pomocou žetónov.</i></p> <p><i>Metodiku možno použiť v mladších ročníkoch ako úvod do algebraických výrazov, aj na opakovacích hodinách so žiakmi vo vyšších ročníkoch.</i></p> <p><i>Pri hre s konkrétnym modelom (žetónmi) si žiaci vytvárajú predstavu o algebraickom výraze a k nemu opačnom výraze a rozvíjajú chápanie činnosti sčítania ako pridávania žetónov a odčítania ako odoberania žetónov.</i></p> <p><i>Týmto spôsobom žiaci vykonávajú matematické modelovanie.</i></p>
<b>Výučbové pomôcky</b>	<i>Každý žiak dostane a manipuluje s 10 žetónmi každej farby (biela/čierna) a každého tvaru (okrúhly/obdĺžnikový/štvorcový), spolu 60 žetónov.</i>

#### Lingvistická poznámka pre prácu s celými číslami a algebraickými výrazmi pomocou žetónov:

*V našich scenároch dbáme na vedomé jazykové oddelenie dvoch svetov - sveta matematiky, t.j. abstrakcií, a sveta reálnych objektov - v našom prípade žetónov. Preto v kontexte žetónov používame výrazy, ktoré opisujú ich vzhľad: biely/čierny okrúhly/obdĺžnikový alebo podlhovastý/štvorcový žetón, a nepoužívame skrátený tvar biely/čierny kruh/obdĺžnik/štvorec. Podobne v kontexte žetónov hovoríme o pridávaní a odoberaní žetónov - a v kontexte matematiky hovoríme o operáciách sčítania a odčítania. Taktiež dbáme na to, aby sme slovné čítali znaky činnosti ako sčítanie/odčítanie, a nie len názov znaku plus/mínus. Sme presvedčení, že modelovanie aritmetických a algebraických výrazov s ohľadom na zrozumiteľnosť a jazykovú správnosť má veľkú hodnotu a odporúčame to dodržiavať.*

### ČASŤ 1

p. 1

 This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow


Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

## Časť 1

### Téma: Úvod do algebrických výrazov

#### AKTIVITA 1: Úvod do modelov. Pravidlá hry – opačné žetóny

V ďalších lekciiach budeme hovoriť o algebrických výrazoch (iným spôsobom ako doteraz\*)  
(\* ) doplňte, ak sa téma už riešila.

Budeme používať nové modely a žetóny, ktoré už poznáte.

O žetónoch už vieme:

 Biely žetón → predstavuje/znamená číslo 1

 Čierny žetón → predstavuje/znamená číslo  $-1$

#### **POZOR!**

Odpútavame sa od pojmu kladný/záporný a už ich zámerne **NEPOUŽÍVAME**, aby sme si nevybudovali mylné asociácie tohto typu:  $x > 0$ ,  $-x < 0$ .

Pripomienka symbolickej dohody:

Ako sme hovorili o bielom a čiernom žetóne?

- biela a čierna tvoria neutrálny pár
- biela a čierna tvoria pár, ktorý nemeň hodnotu
- biela s čiernou tvoria pár, ktorý predstavuje 0
- biela a čierna tvoria dvojicu opačných žetónov
- biela a čierna sa navzájom „jedia/nulujú sa“
- biela s čiernou (dva žetóny rôznych farieb) zanikajú/zmiznú

#### DISKUSIA O ZAVEDENÍ ĎALŠÍCH MODELOV

**Pamätáme si, že dva žetóny rôznych farieb dávajú v súčte nulu (predstavujú hodnotu 0), preto sme ich nazvali opačné žetóny.**

Pripomeňte si definíciu a zápis opačných čísel (priebeh dialógu môže byť podobný ako v 3. časti série lekcii o celých číslach).

p. 2

This material is provided by the [AMMA Team](#), responsible institution: Pedagogical University of Krakow



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

- Doteraz sme hovorili o čiernych a bielych žetónoch. Aké bolo najdôležitejšie pravidlo týkajúce sa bieleho a čierneho žetónu, ktoré sa brali spoločne?

Ž: spoločne zaniknú (vynulujú sa)

- Ako to môžeme zapísať pomocou čísel 1 a  $-1$ ?

Ž:  $1 + (-1) = 0$

- Ako by sa takéto žetóny mohli nazývať? Čím sú si navzájom, keď spoločne zanikajú? Uveďte svoje nápady.

(Žiaci navrhujú rôzne názvy – brainstorming).

- Dali ste rôzne zaujímavé návrhy. Odteraz sa dohodneme, že ich budeme nazývať **OPAČNÉ ŽETÓNY** pretože na tom sa zhodli matematici:

**Dve čísla, ktoré sa sčítajú na nulu, sa nazývajú opačné čísla, rovnako ako sa sčítavajú opačné žetóny., ktoré sa navzájom zničia.**

- Aké číslo je opakom čísla 2?

Ž:  $-2$

- Prečo?

Ž: pretože pri sčítaní 2 a  $-2$  dostaneme výsledok 0

- Aké číslo je opačné k číslu  $-2$ ?

Ž: 2

- Prečo?

Ž: pretože pri súčte  $-2$  a 2 dostaneme výsledok 0

- Uveďte číslo opačné k číslu  $-100$ .

Ž: 100

- Prečo?

(...)

[Počet príkladov volí učiteľ podľa potreby].

- Ako sa líši číslo a jeho opak v zápise?

Ž: mínus pred číslom

-Tento zápis má viacero významov. Ako píšeme číslo opačné k číslu 2?

Ž:  $-2$



**Matematici sa tiež dohodli, že opačné číslo k danému číslu napíšu tak, že pred toto číslo pridajú znamienko mínus. Toto je dohoda matematikov. Má to tú výhodu, že lenivý matematik nemusí v hlave počítať, aké je opačné číslo k danému číslu, ale automaticky takéto číslo napíše pridaním znamienka mínus.**

- Ako potom napíšeme číslo opačné k  $-2$ ?

Ž:  $-(-2)$

Ak by odpoveď bola 2:

- A ako to môžeme urobiť inak, keď vieme, že pri tvorbe opačného čísla pridávame na začiatok mínus?

Ž:  $-(-2)$

Ak to žiaci nepovedia, učiteľ ich usmerní:

- Keď poviem opačné k, aké znamienko pridávam? Čo to znamená, keď mám takto napísať číslo opačné k  $-2$ ?

- Áno, a vieme, že číslo opačné k  $-2$  je aké číslo?

Ž: 2

- Čo môžeme povedať o číslach 2 a  $-(-2)$ ?

Ž:  $-(-2) = 2$

- Mali sme žetóny predstavujúce čísla: 1 a číslo opačné k 1 – okrúhle žetóny. Teraz chceme mať nejakým spôsobom reprezentované **akékoľvek čísla**, nielen 1 a  $-1$ .

Uved'te príklady takýchto ľubovoľných čísel.

Ž: 4, 7,  $-12$ , 0,  $-23$ ,  $-13,4$ ;  $-\frac{3}{5}$ ,  $2\pi$ ,  $-\sqrt{3}$ ;

- Áno, všetky, ktoré vás napadnú, všeobecne povedzme čísla, ktorých hodnoty zatiaľ neupravujeme – označme ich písmenom  $x$ .

Aby sme si nemýlili žetóny, použime teraz podlhovasté modely v tvare takéhoto obdĺžnika:

$x$

**Biely obdĺžnikový žetón  $\rightarrow$  zobrazuje  $x$**

[Učiteľ pripevní model na tabuľu].

**UPOZORNENIE pre žiakov:**

**Niekedy môžeme použiť aj iné písmeno na zápis určitého ľubovoľného čísla – napríklad a, b..**

- Aké číslo môže byť  $x$ ?

Ž: ľubovoľné

- Môže byť  $x$  záporné číslo?

Ž: Áno

- Chceme mať podobné modely ako pre celé čísla. Biele a čierne žetóny boli opačné žetóny. Čo teda bude znamenať čierny obdĺžnikový žetón?

Ž: opačné číslo  $k$   $x$

- Ako napíšeme číslo opačné  $k$   $x$ ?

Ž:  $-x$

**$-x$**

**Čierny obdĺžnikový žetón  $\rightarrow$  zobrazuje  $-x$**

[Učiteľ pripevní model na tabuľu].

- Bude  $-x$  znamenať záporné číslo?

Ž: Nie, nie vždy, záleží na tom, o aké číslo  $x$  ide.

[V prípade ťažkostí:

- A ak vezmeme ako  $x$  číslo  $-3$ , potom koľko je  $-x$ ?

Akceptujeme obe odpovede  $3$  alebo  $-(-3)$ , v prípade odpovede  $-(-3)$  sa pýtame:

- Aké je to číslo?]

- Zhrňme si to:

**Poznámka:**

$-x$ , t. j. výraz  $x$  so znamienkom mínus znamená výraz **OPAČNÝ**  $k$   $x$

**Z času na čas sa počas hodiny opýtajte študentov, čo znamená  $-x$ , aby si to upevnili.**

- A ako sme napísali výraz opačný  $k$   $-x$ ?

U:  $-(-x)$

- Na druhej strane sme sa zhodli, že opak čierneho obdĺžnikového žetónu, ktorý predstavuje  $-x$  je biely a biely obdĺžnikový žetón predstavuje aký výraz?

Ž:  $x$

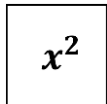
- To znamená, že na jednej strane vieme, že je to  $x$  a zároveň  $-(-x)$ , takže čo môžeme povedať o výrazoch  $x$  a  $-(-x)$ ?

Ž:  $-(-x) = x$

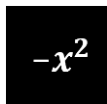
- Chceli by sme tiež mať žetón, ktorý označuje  $x^2$ , ktorý je štvorcom čísla  $x$ . Aký tvar navrhujete, aby sme si ho ľahko zapamätali a nepomýlili sa?

Ž: štvorec

- Tak ako predtým, súhlasíme s tým, že:



znamená  $x^2$  t. j. štvorec určitého čísla



znamená  $-x^2$  t. j. číslo opačné k štvorcu určitého čísla

[Učiteľ pripevní modely na tabuľu].

### Zhrnutie:

*Biely žetón a čierny žetón rovnakého tvaru tvoria neutrálnu dvojicu, t. j. navzájom sa anihilujú (nulujú), inými slovami – dávajú nám spolu 0; a preto – rovnako ako pri iných modeloch – dva žetóny rovnakého tvaru, ale rôznych farieb sa nazývajú opačné žetóny.*

*MINUS sa číta ako "opačné číslo/opačný výraz k ...".*

## AKTIVITA 2: Zápis algebraických výrazov pomocou modelu

### AKTIVITA 2a

Učiteľ umiestni na tabuľu žetóny [magnetické alebo virtuálne na interaktívnej tabuli]. Žiaci odpovedajú a zdôvodňujú výrazy, ktoré tieto žetóny predstavujú.

	Učiteľ umiestni žetóny na tabuľu	Žiaci odpovedajú	Poznámky pre učiteľa / Otázky na diskusiu				
1.	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>x</math></td> </tr> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>x</math></td> </tr> </table>	$x$	$x$	$x$	$x$	$4x$	<b>POZNÁMKY:</b> - Žetóny usporiadame neusporiadane, "chaoticky".
$x$	$x$						
$x$	$x$						
2.	<table border="1"> <tr> <td><math>x^2</math></td> <td><math>x^2</math></td> </tr> </table>	$x^2$	$x^2$	$2x^2$			
$x^2$	$x^2$						

### AKTIVITA 2b

- Aký je výraz opačný k výrazu  $4x$ ?

Ž:  $-4x$



- Ako to znázorníme pomocou žetónov?

Ž: 

$-x$	$-x$	$-x$	$-x$
------	------	------	------

- Aký je výraz opačný k  $2x^2$  ?

Ž:  $-2x^2$

- Ako to znázorníme pomocou žetónov?

Ž: 

$-x^2$	$-x^2$
--------	--------

Učiteľ umiestni na tabuľu žetóny [magnetické alebo virtuálne na interaktívnej tabuli]. Žiaci odpovedajú a zdôvodňujú, aké výrazy žetóny predstavujú.

1.	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="background-color: black; color: white; padding: 2px;"><math>-x</math></td> <td style="background-color: black; color: white; padding: 2px;"><math>-x</math></td> </tr> <tr> <td style="background-color: black; color: white; padding: 2px;"><math>-x</math></td> <td></td> </tr> </table>	$-x$	$-x$	$-x$		$-3x$	
$-x$	$-x$						
$-x$							
2.	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="background-color: black; color: white; padding: 5px;"><math>-x^2</math></td> <td style="background-color: black; color: white; padding: 5px;"><math>-x^2</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="background-color: black; color: white; padding: 5px;"><math>-x^2</math></td> </tr> </table>	$-x^2$	$-x^2$		$-x^2$	$-3x^2$	
$-x^2$	$-x^2$						
	$-x^2$						
3.	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math></td> <td style="background-color: black; color: white; padding: 2px;"><math>-x</math></td> </tr> </table>	$x$	$-x$	0			
$x$	$-x$						
4.	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="background-color: black; color: white; padding: 5px;"><math>-x^2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>x^2</math></td> </tr> </table>	$-x^2$	$x^2$	0			
$-x^2$	$x^2$						

### AKTIVITA 2c

Učiteľ povie žiakom, ktoré žetóny majú samostatne ukladať (môže ich ukladať aj on). Žiaci **samostatne usporiadajú žetóny na lavice** (žetóny zaberajú veľa miesta, ale môžu byť usporiadané tak, aby sa prekryvali). Žiaci odpovedia a zdôvodnia, **ktorý algebraický výraz je zobrazený**.

Diskusia v pozadí o najefektívnejšom spôsobe ukladania.



Učiteľ hovorí	Žiaci usporiadajú žetóny	Žiaci odpovedajú	Poznámky pre učiteľa / Otázky na diskusiu
Vezmite si štvorcové žetóny: 4 biele a 1 čierny		$3x^2$	- Žiaci sami umiestnia žetóny na lavicu ako chcú; ak ich niektorí umiestnia chaoticky a iní úhľadne jeden pod druhý, je tu príležitosť diskutovať o spôsoboch – čo je užitočnejšie. - Ak na usporiadanie (ukladanie bielych pod čierne alebo naopak) neprichádzajú žiaci prirodzene, spontánne, zámerne sa pýtajte na najefektívnejší spôsob umiestnenia žetónov.
Vezmite si obdĺžnikové žetóny: Vezmite 3 biele a 5 čiernych žetónov.		$-2x$	

Všimneme si (alebo si pripomenieme), že ak máme žetóny rovnakého tvaru a veľkosti, potom sa prenášajú pravidlá, ktoré sme sa naučili pri práci so žetónmi celých čísel.